Aufgabe 11.1 (4 Punkte) Gegeben sei die Adjazenz-Matrix (mit Kantenkosten) eines gerichteten Graphen mit 8 Knoten:

i/j	1	2	3	4	5	6	7	8
1		4	57	3				
2					10			
3				9				
4						42		
5				17		23	7	
6			3					
7						6		2
8							1	

a) Zeichnen Sie den Graphen und geben Sie eine Darstellung mit Adjazenzlisten an.

b) Bestimmen Sie mit Hilfe des Algorithmus von Dijkstra die Kosten der kürzesten Pfade von $s = 1$ zu den anderen Knoten des Graphen. Geben Sie dazu nach jedem Durchlauf der `while`-Schleife den Inhalt der Arrays d und *parent* an und Liste der Knoten-Kosten-Paare die die aktuelle adressierbare Prioritätswarteschlange Q bilden (sortiert nach Kantenkosten).

Aufgabe 11.2 (4 Punkte) Dr. Strange glaubt, er hätte einen einfacheren Korrektheitsbeweis zu Dijkstras Algorithmus gefunden. Er behauptet, dass Dijkstras Algorithmus die Kanten eines jeden kürzesten Pfades in genau der Reihenfolge relaxiert, in der sie auf dem Pfad auftreten und dass somit die Pfadrelaxionseigenschaft (Lemma 10.2 im Buch) auf jeden Knoten, der vom Startknoten aus erreichbar ist, anwendbar ist. Zeigen Sie, dass er sich irrt, indem Sie einen gerichteten Graphen konstruieren, für den Dijkstras Algorithmus die Kanten eines kürzesten Pfades in einer anderen Reihenfolge relaxiert.

Aufgabe 11.3 (4 Punkte) Der Algorithmus von Dijkstra funktioniert nur für Graphen mit nicht-negative Kantenkosten. Ein Graph G mit beliebigen Kantenkosten kann aber in einen Graphen G' mit nicht-negative Kantenkosten transformiert werden, indem man zu allen Kantenkosten eine Konstante c hinzuaddiert.
Wieso läßt sich dennoch der Algorithmus von Dijkstra mit dieser Technik nicht auf beliebige Kantenkosten verallgemeinern? Geben Sie ein Gegenbeispiel ohne negative Kreise an.

Aufgabe 11.4 (4 Punkte) Nehmen Sie an, dass die Kantenkosten positive reelle Zahlen im Intervall $[c_{min}, c_{max}]$ sind. Erklären Sie, wie man in Zeit $O(m + nc_{max}/c_{min})$ kürzeste Wege von einem Startknoten aus finden kann.
Hinweis: Benutzen Sie die Behälter der „Weite“ c_{min}, d.h. jeder Behälter enthält Knoten mit Schätzdistanz aus einem bestimmten Intervall der Länge c_{min}. Zeigen Sie, dass alle Knoten v im nichtleeren Behälter mit den kleinsten Schätzdistanzen die Gleichung $d[v] = \mu(v)$ erfüllen.