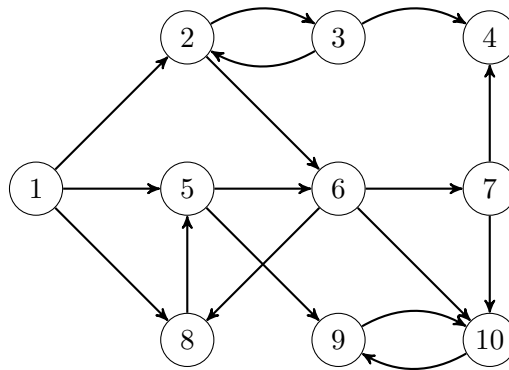


Aufgabe 10.1 (4 Punkte) Die Kantenmenge des zu dem Graphen $G = (V, E)$ transponierten Graphen $G^T = (V, E^T)$ ist gegeben durch $E^T = \{(u, v) : (v, u) \in E\}$, d.h. G^T entsteht aus G durch umkehren der Kantenrichtungen. Zeigen Sie:

- G und G^T besitzen die gleichen starken Zusammenhangskomponenten.
- Der zum vergrößerten Graphen $(G^T)^S$ transponierte Graph ist der gleiche Graph wie der vergrößerte Graph G^S , d.h.

$$\left(\left(G^T\right)^S\right)^T = G^S$$

Aufgabe 10.2 (4 Punkte) Gegeben ist der folgende Graph G .



Führen Sie den Algorithmus zum Auffinden der starken Zusammenhangskomponenten auf G aus. Geben Sie den entstehenden vergrößerten Graphen G^S an. Benennen Sie die Knoten von G^S entsprechend der vom Algorithmus errechneten Repräsentanten.

Aufgabe 10.3 (4 Punkte) Ein ungerichteter Graph heißt *2-fach kantenzusammenhängend*, wenn man seine Kanten so mit einer Richtung versehen kann, dass der entstehende Digraph stark zusammenhängend ist. Die 2-Kantenzusammenhangskomponenten sind die maximalen 2-fach kantenzusammenhängenden Teilgraphen. Modifizieren Sie den Algorithmus zum Aufspüren der Zusammenhangskomponenten so, dass er die 2-Kantenzusammenhangskomponenten berechnet.

Hinweis: Sie dürfen benutzen, dass der DFS-Algorithmus in einem ungerichteten Graphen weder Quer- noch Vorwärtskanten erzeugt.

Aufgabe 10.4 (4 Punkte) Zeigen Sie, dass Teilwege von kürzesten Wegen selbst kürzeste Wege sind, d.h., wenn ein aus drei Teilwegen p , q und r zusammengesetzter Weg pqr ein kürzester Weg ist, dann ist q auch ein kürzester Weg.