

Aufgabe 8.1 (6 Punkte)

- Geben Sie den $(2, 4)$ -Baum an, der durch Einfügen der Schlüssel 78, 35, 45, 27, 33, 11, 75, 51, 87, 59, 10, 3 und 7 (in dieser Reihenfolge) in einen 2 - 4 -Baum entsteht.
- Löschen Sie aus dem Baum von Teilaufgabe a) die Element 33, 3 und 11 und zeichnen Sie den Baum erneut.
- Fügen Sie zu jedem Knoten die korrekte Anzahl an Jetons gemäß Satz 7.3 im Buch hinzu, inklusive der verworfenen Jetons (also sowohl die \bigcirc - als auch die \otimes -Marken).

Aufgabe 8.2 (4 Punkte)

- Beweisen Sie, dass die Gesamtzahl aller Vergleiche in einer Suche in einem (a, b) -Baum durch

$$\lceil \log b \rceil \left(1 + \log_a \frac{n}{2} \right)$$

beschränkt ist.

- Nehmen Sie nun an, dass $b \leq 2a$ gilt, und zeigen Sie, dass diese Schranke in $O(\log b) + O(\log n)$ liegt. Welche Konstante steht vor dem $(\log n)$ -Term? Vereinfachen Sie soweit wie möglich.

Aufgabe 8.3 (4 Punkte)

Nehmen Sie an, dass ein Knoten v durch eine Verschmelzung in einem (a, b) -Baum entstanden ist. Zeigen Sie, dass die Ordnungsinvariante erhalten bleibt, d.h. für einen Eintrag e , der über das Kind $v.c[i]$ erreichbar ist, gilt

$$v.s[i - 1] < key(e) \leq v.s[i]$$

für $1 \leq i \leq v.d$.

Aufgabe 8.4 (4 Punkte)

- Erklären Sie, wie man aus einer sortierten Liste in Linearzeit einen (a, b) -Baum aufbauen kann. Begründen Sie, dass Ihr Algorithmus auch wirklich nur Linearzeit benötigt.
Tipp: Überlegen Sie sich für die Analyse, wieviele Knoten ein (a, b) -Baum mit n Blättern maximal haben kann.
- Welchen $(2, 4)$ -Baum baut ihr Algorithmus aus der Eingabefolge $\langle 1, \dots, 17 \rangle$?