

Präsenzaufgabe 5.1 (4 Punkte)

- a) Fügen Sie die Schlüssel 16, 44, 21, 5, 19, 22, 8, 33, 27, 30 in dieser Reihenfolge mit Hilfe der Hashfunktion

$$h(k) = k \bmod m$$

für $m = 11$ in eine geschlossene Hashtabelle mit $b = 1$ ein. Um Kollisionen zu vermeiden, soll eine lineare Kollisionsstrategie

$$h_i(k) = (h(k) + c \cdot i) \bmod m$$

mit $c = 1$ verwendet werden.

Stellen Sie das Ergebnis graphisch dar.

- b) Geben Sie für a) mit $m = 14$ möglichst allgemein alle c an, die sich als unbrauchbar erweisen. Begründen Sie.

Präsenzaufgabe 5.2

Fügen Sie die Schlüssel 4, 8, 5, 1, 3, 6, 9, 2, 7 in dieser Reihenfolge mittels offenem Hashing in die entsprechende Datenstruktur ein und stellen Sie anschließend deren Inhalt dar. Verwenden Sie dazu die Hashfunktion

$$h(k) = \lfloor B \cdot (k\phi^{-1} - \lfloor k\phi^{-1} \rfloor) \rfloor,$$

wobei $B = 8$ und $\phi^{-1} = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

Präsenzaufgabe 5.3

Die Hashvariante aus Aufgabe 5.2 wird *Fibonacci-Hash* genannt. Dies liegt daran, dass die Folge $(F_n)_{n \in \mathbb{N}}$ von *Fibonacci-Zahlen* sich auch mit Hilfe von ϕ ausdrücken lässt. Rekursiv ist die Fibonacci-Folge wie folgt definiert:

$$F_0 := 0, F_1 := 1, F_n := F_{n-1} + F_{n-2} \text{ für } n \geq 2$$

Zeigen Sie den Zusammenhang zwischen $(F_n)_{n \in \mathbb{N}}$ und ϕ , indem Sie die Gleichung

$$F_n = \frac{(1 + \phi^{-1})^n - (1 - \phi)^n}{\sqrt{5}}$$

für alle $n \in \mathbb{N}$ beweisen.

Hinweis: Es kann hilfreich sein, die Eigenschaft $\phi^{-1} = \phi - 1$ zunächst zu zeigen.