Datenstrukturen SS 2015
Prof. Dr. Hans U. Simon 23. Juni 2015
Dr. Malte Darnstädt, Christoph Ries, Henrik Sie Übungsblatt 10

Aufgabe 10.1 (4 Punkte)
Gegeben seien Concatenable Queues $S_1 := 1, 2, \ldots, 16$ und $S_2 := 32, 35$. S_1 und S_2 seien als 2-3-Bäume T_1, T_2 maximaler Höhe gegeben. (Die Gestalt von T_1 und T_2 ist dadurch eindeutig bestimmt.)

a) Geben Sie die resultierende Concatenable Queue S_3 als 2-3-Baum nach dem Aufruf von CONCATENATE(S_1, S_2) an.

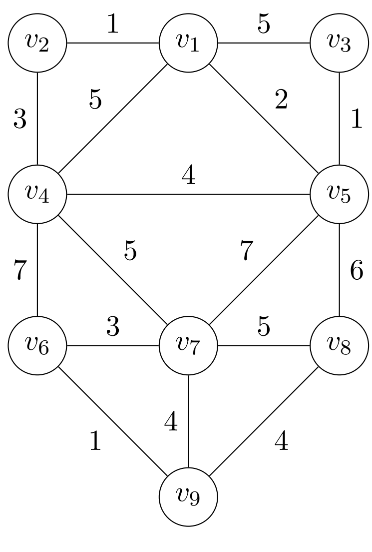
b) Geben Sie die resultierenden Concatenable Queues S_4 und S_5 als 2-3-Bäume nach dem Aufruf von DIVIDE$(9, S_3)$ an.

Aufgabe 10.2 (4 Punkte)
Gegeben sei die Zerlegung

$$\pi := \{\{4, 7, 8\}, \{0, 1, 3, 11\}, \{5, 10\}\}$$

der Menge $S := \{0, 1, 3, 4, 5, 7, 8, 10, 11\}$. Berechnen Sie unter Verwendung des Partitionierungs-Algorithmus aus der Vorlesung die gröbste Zerlegung der Menge S, die verträglich mit π und f mit $f(i) := i \bmod 7$ ist. Geben Sie WAITING und INVERSE für jeden äußeren und $B[q]$ und $B[j]$ für jeden inneren Schleifendurchlauf an.

Aufgabe 10.3 (4 Punkte)
Es sei der folgende Graph G gegeben:

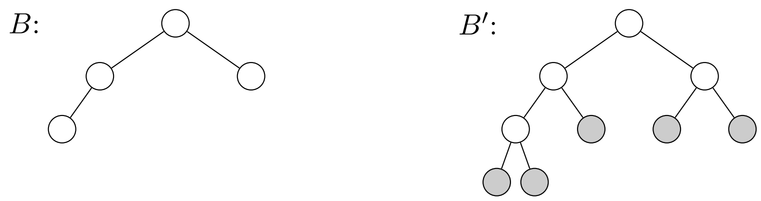


Bestimmen Sie mit Hilfe des Algorithmus aus der Vorlesung einen minimalen Spannbaum für G. Geben Sie dabei die Reihenfolge, in der die Kanten in den Spannbaum aufgenommen werden, und die endgültige Form der Union-Find-Datenstruktur VS an.

Aufgabe 10.4 (4 Punkte)

a) Sei B ein binärer Baum mit Knotenmenge V. Den erweiterten binären Baum zu B erhält man, indem man an jeden Knoten von B, der noch nicht zwei Kinder hat, einen bzw. zwei Knoten hinzufügt, sodass jeder Knoten aus V dann genau zwei Kinder besitzt. Diesen erweiterten Baum bezeichnen wir mit B' und die Menge seiner Knoten mit V'.

Beispiel:



Wir definieren nun die Länge des äußeren Pfades, $length_a(B)$, und die Länge des inneren Pfades, $length_i(B)$, von B.

$$\begin{aligned} length_a(B) &:= \sum_{v \in V' \setminus V} depth(v) \\ length_i(B) &:= \sum_{v \in V} depth(v) \end{aligned}$$

Zeigen Sie, dass zwischen der Länge des äußeren und der Länge des inneren Pfades folgender Zusammenhang besteht

$$length_a(B) = length_i(B) + 2|V|\,. \qquad (\star)$$

b) Sei $k \geq 2$ gegeben. Sei nun B_k ein Baum, bei dem jeder Knoten bis zu k Kinder besitzt. Der erweiterte Baum B'_k zu B_k ergebe sich nun, indem an jeden Knoten aus B_k der noch nicht k Kinder hat, Blätter hinzugefügt werden bis die Anzahl der Kinder genau k ist.
Stellen Sie eine zu $(\star)$ analoge Gleichung für B_k auf und beweisen Sie sie.

Abgabe: Lösungen können jeweils bis zum folgenden Dienstag um 12:00 Uhr in die Kästen vor NA 02/257 (Nähe Rechenzentrum Servicecenter) *nach Aufgaben getrennt* eingeworfen werden. Geben Sie ihren Namen, ihre Matrikelnummer und ihre Gruppe an. Auf jedem abgegebenen Aufgabenzettel dürfen bis zu drei Namen stehen.