

Aufgabe 5.1 (4 Punkte)

Es seien zwei endliche, nicht-leere Mengen $A, B \subset \mathbb{N}$ aufsteigend in zwei Arrays gespeichert:

$$A[0] < A[1] < \dots < A[n], \quad B[0] < B[1] < \dots < B[m]$$

Geben Sie ein Programm in Pseudocode an, das als Eingabe die Arrays A, B und die Zahlen n, m erhält und als Ausgabe ein Array C und eine Zahl k produziert, so dass die Elemente aus dem Schnitt der Mengen A und B aufsteigend in C gespeichert sind und k die Anzahl der Elemente des Schnittes angibt.

Aufgabe 5.2 (4 Punkte)

Fügen Sie die Wörter

Tisch, Stuhl, Boden, Decke, Liege, Lehne, Tafel, Platz

in dieser Reihenfolge in eine offene Hashtabelle mit Hilfe der Hashfunktion

$$h(w) = \sum_{i=1}^5 \alpha(w_i) \bmod 5,$$

wobei w ein Wort der Länge fünf und w_i der i -te Buchstabe in w ist, ein. Die Funktion α ordnet einem Buchstaben seine Position im Alphabet zu, d.h. $\alpha(a) = 1, \alpha(b) = 2, \dots$
 Stellen Sie das Ergebnis graphisch dar.

Aufgabe 5.3 (4 Punkte)

Leere Einträge in einer Hashtabelle seien mit *leer* markiert. Wird ein Element gelöscht, so soll dies in der Tabelle mit *entf* gekennzeichnet werden.

- a) Fügen Sie die Schlüssel 16, 44, 21, 5, 19, 22, 8, 33, 27, 30 in dieser Reihenfolge mit Hilfe der Hashfunktion

$$h(k) = k \bmod 11$$

in eine geschlossene Hashtabelle mit $b = 1$ ein. Um Kollisionen zu vermeiden, verwenden Sie eine quadratische Kollisionsstrategie

$$h_i(k) = (h(k) + i^2) \bmod 11,$$

Geben Sie die resultierende Hashtabelle an.

- b) Sei folgende geschlossene Hashtabelle mit $b = 1$ bereits vorhanden:

i	0	1	2	3	4	5	6
A[i]	23	16	37	65	74	47	leer

Hierbei wurde als Kollisionsstrategie Doppelhashing $h_i(k) = (h(k) + h'(k) \cdot i^2) \bmod 7$ mit

$$h(k) = k \bmod 7 \quad \wedge \quad h'(k) = (k + 1 \bmod 5) + 1$$

genutzt. Löschen Sie die Elemente 74, 16 und 65 in dieser Reihenfolge aus der Hashtabelle. Geben Sie jeweils die bei der Suche nach den Elementen berechneten Hash- und Rehashwerte an. Geben Sie abschließend die resultierende Hashtabelle an.

Aufgabe 5.4 (4 Punkte)

Zwei Hashing-Funktionen $h, h' : D \rightarrow [m]$ heißen *unabhängig*, falls für zwei zufällig gewählte Schlüssel $x, y \in D$ gilt:

$$\Pr(h(x) = h(y)) = \frac{1}{m}, \quad \Pr(h'(x) = h'(y)) = \frac{1}{m}$$

$$\Pr(h(x) = h(y) \wedge h'(x) = h'(y)) = \frac{1}{m^2}$$

Geben Sie ein D und m mit $|D| > m > 1$ sowie ein Paar h, h' von unabhängigen Hashing-Funktionen an. Für die volle Punktzahl muss m beliebig groß werden dürfen. Beweisen Sie die Unabhängigkeit.

Tipp: Verwende ein D der Größe m^2 .

Abgabe: Lösungen können jeweils bis zum folgenden Dienstag um 12:00 Uhr in die Kästen vor NA 02/257 (Nähe Rechenzentrum Servicecenter) *nach Aufgaben getrennt* eingeworfen werden. Geben Sie ihren Namen, ihre Matrikelnummer und ihre Gruppe an. Auf jedem abgegebenen Aufgabenzettel dürfen bis zu drei Namen stehen.