Präsenzaufgabe 7.1 Eine natürliche Zahl z sei gegeben durch ihre Dezimaldarstellung $a_k \dots a_1 a_0$ Ihre *alternierende Quersumme* ist definiert durch $a_0 - a_1 + a_2 - a_3 + \cdots + (-1)^k a_k$. Zeige: Eine natürliche Zahl ist genau dann durch 11 teilbar, wenn ihre alternierende Quersumme durch 11 teilbar ist.

Präsenzaufgabe 7.2

a) Berechne den ggT von 35 und 99 mit dem erweiterten Euklidischen Algorithmus.

b) Existiert in $\mathbb{Z}_{99}$ zu 35 ein inverses Element? Wenn ja, wie lautet es?

c) Löse die lineare Kongruenz $35 \cdot x \equiv 3 \pmod{99}$.

Präsenzaufgabe 7.3 Finde die kleinste natürliche Zahl, die folgende simultane Kongruenz erfüllt:

$$\begin{aligned} x &\equiv 4 \pmod{7} \\ x &\equiv 2 \pmod{9} \\ x &\equiv 3 \pmod{11} \end{aligned}$$

Präsenzaufgabe 7.4 Beweisen Sie, dass für Primzahlen $p \geq 5$ gilt: $p^2 - 1$ ist durch 24 teilbar.