

Übungen zur Vorlesung  
**Diskrete Mathematik**  
WS 14/15  
Übungsblatt 11

**Hinweis:** Für jede der Aufgaben ist eine vollständige mathematische Argumentation verlangt.

**Aufgabe 11.1** Stelle zu den folgenden Problemen eine Rekursionsgleichung mit Anfangsbedingungen auf (Lösen der Gleichung ist nicht verlangt).

- Eine Krankheit breitet sich folgendermaßen aus: Jeder Kranke infiziert pro Tag genau drei Gesunde, die dann am nächsten Tag selbst krank sind. Die Krankheit dauert dann drei Tage an, das heißt am vierten Tag ist man wieder gesund. Wie viele Kranke gibt es am Tag  $n$  wenn an Tag 1 der erste Krankheitsfall aufgetreten ist?
- Wie viele Wörter der Länge  $n$  mit Buchstaben aus  $\{a, b, c\}$  kann man bilden, in denen mindestens einmal  $aa$  vorkommt?

**Aufgabe 11.2** Gegeben sei die formale Potenzreihe  $A(x) = \sum_{n \geq 0} (x^{3n+1} - x^{3n})$ .

- Gib die Koeffizienten  $a_n$  an mit  $A(x) = \sum_{n \geq 0} a_n x^n$ .
- Berechne die inverse Potenzreihe  $B(x)$  mit  $A(x) \cdot B(x) = 1$ .

**Aufgabe 11.3 (8 Punkte)** Gegeben sei folgende lineare Rekursionsgleichung:

$$2a_n = 5a_{n-1} - 3a_{n-2} - a_{n-3} + a_{n-4}$$

wobei  $a_0 = a_2 = 8$ ,  $a_1 = -2$  und  $a_3 = 11$ .

- (3 Punkte) Berechne die erzeugende Funktion  $A(x)$  von  $a_n$
- (2 Punkte) Berechne die Partialbruchzerlegung von

$$\frac{16x^3 - 50x^2 + 44x - 16}{x^4 - x^3 - 3x^2 + 5x - 2}$$

- (3 Punkte) Löse die obige Rekursionsgleichung.