Hans U. Simon
Björn Schuster
Malte Darnstädt

Bochum, den 15.12.2014
Abgabe: 12.01.2015 (bis 16 Uhr)

Übungen zur Vorlesung
Diskrete Mathematik
WS 14/15
Übungsblatt 10

Hinweise:

- Für jede der Aufgaben ist eine vollständige mathematische Argumentation verlangt.
- Die Übung am 7. Januar entfällt.

Aufgabe 10.1 Löse die folgenden Rekursiongleichungen mit Hilfe der Lösungsformeln (siehe Steger, Abschnitt 4.2.1).

a) $a_n = 5a_{n-1} + 4$
$a_0 = 4$

b) $b_n = b_{n-1} + 6b_{n-2}$
$b_0 = 15,\ b_1 = 10$

Aufgabe 10.2 Gegeben sei ein Rucksack mit Kapazität $B = 10$ und 7 Objekten mit Gewichten $w_1, \ldots, w_7$ und Profiten $p_1, \ldots, p_7$ wobei

i	1	2	3	4	5	6	7
w_i	2	4	2	2	3	3	1
p_i	2	5	1	2	1	4	4

Bestimme den Gesamtprofit einer optimalen Packung des Rucksacks mit Hilfe von *dynamischer Programmierung*. Gib dazu die vom Algorithmus verwendete Tabelle an.

Aufgabe 10.3 Die Folge a_n ist rekursiv definiert:

$$a_n = a_{n-1} + 2a_{n-2} \text{ für } n \geq 2$$

$$a_0 = 3,\ a_1 = 0$$

a) Gib einen *Divide-and-Conquer*-Algorithmus an, der a_n ausrechnet.

b) Gib einen Algorithmus an, der die Technik der *dynamischen Programmierung* verwendet um a_n auszurechnen.

Aufgabe 10.4 Eine Hilfsorganisation hat aus weihnachtlichen Spenden n Ladungen mit Lebensmitteln zur Verfügung. Für jede Ladung $i \in \{1, \ldots, n\}$ wurde ein Nährwert $w_i \in \mathbb{N}$ und ein Verfallsdatum $d_i \in \mathbb{N}$ ermittelt. Täglich kann nur eine Ladung in das Krisengebiet gebracht werden. Ziel der Helfer ist es, eine Auswahl $F \subset \{1, \ldots, n\}$ von Ladungen zu treffen, so dass keine Ladung $i \in F$ nach ihrem Verfalldatum geliefert wird und der Nährwert aller gelieferten Ladungen maximiert wird.

Zeige, dass dem Problem ein Matroid zugrunde liegt und durch einen Greedy-Algorithmus gelöst werden kann.

Schöne Feiertage und einen guten Rutsch!