

Übungen zur Vorlesung
Diskrete Mathematik
WS 14/15
Übungsblatt 07

Hinweis: Für jede der Aufgaben ist eine vollständige mathematische Argumentation verlangt.

Aufgabe 7.1 Finde und beweise ein Kriterium für Teilbarkeit durch 37.

Aufgabe 7.2 Eine Mannschaft von sechzehn Piraten raubt Münzen aus einer Schatzkiste, in der maximal 3000 Münzen verstaut werden können. Die Beute wird gerecht verteilt, wobei der Kapitän die doppelte Menge Münzen erhält. So bleibt ein Rest von zehn Münzen übrig.

Beim nächsten Gefecht, bei dem keine Beute gemacht wird, sterben fünf Matrosen, und eine Neuverteilung der Münzen ergibt einen Rest von sieben Münzen. Diese wird von den Matrosen aber nicht akzeptiert, und um eine Meuterei zu verhindern, verzichtet der Kapitän auf die Verdoppelung seines Anteils. So bleiben schließlich drei Münzen übrig.

Wie viele Münzen hat jeder (noch lebende) Pirat am Ende?

Aufgabe 7.3

- Berechne den ggT von 47 und 83 mit dem erweiterten Euklidischen Algorithmus.
- Existiert in \mathbb{Z}_{83} ein zu 47 inverses Element? Wenn ja, wie lautet es?
- Löse die lineare Kongruenz

$$47 \cdot x \equiv 2 \pmod{83}$$

Aufgabe 7.4 Zeige, dass folgende Aussage stimmt:

Jede positive ganze Zahl teilt eine Zahl, deren Dezimaldarstellung nur aus Einsen und Nullen besteht. Beispiel: 7 teilt 1001

(Hinweis: Für eine natürliche Zahl n ist die Menge $\{10^k \bmod n \mid k \in \mathbb{N}\}$ endlich.)