

Übungen zur Vorlesung
Diskrete Mathematik
 WS 14/15
 Übungsblatt 06

Hinweis: Für jede der Aufgaben ist eine vollständige mathematische Argumentation verlangt.

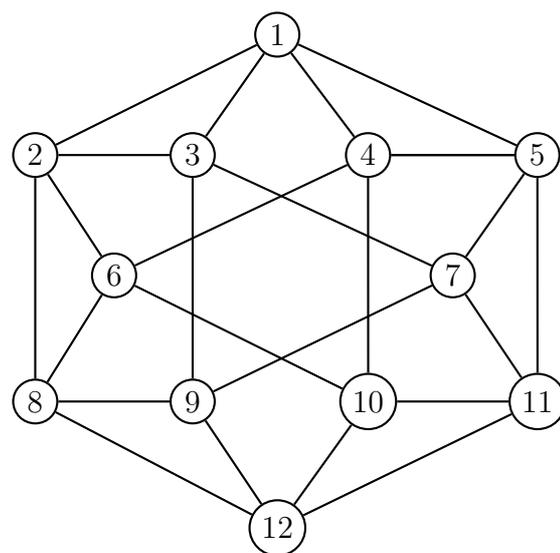
Aufgabe 6.1

- a) Gibt es einen planaren Graphen mit 7 Knoten und 16 Kanten? Ist es mit 15 Kanten möglich?
- b) Weise nach, dass der Graph mit folgender Adjazenzmatrix nicht planar ist:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

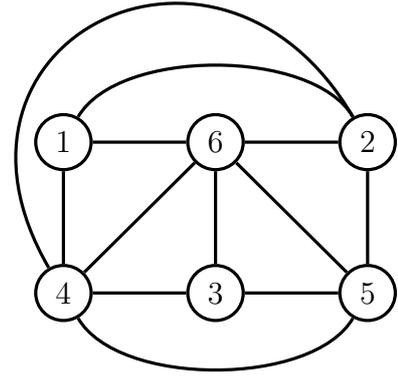
Aufgabe 6.2

- a) Wieviele perfekte Matchings hat ein Pfad mit $n \geq 2$ Knoten?
- b) Wieviele perfekte Matchings hat ein Kreis mit n Knoten?
- c) Finde im rechts abgebildeten Kuboktaeder-Graph ein Matching, das zwar ein maximal Matching ist, aber kein maximum Matching.



Aufgabe 6.3

- Färbe den Graphen mit möglichst wenigen Farben. Begründe, warum deine Färbung optimal ist.
- Führe den Greedy-Algorithmus für Knotenfärbungen mit der Knotenreihenfolge 1, 2, 3, 4, 5, 6 aus.
- Finde eine Knotenreihenfolge, bezüglich derer der Greedy-Algorithmus $\chi(G)$ Farben benötigt.



Aufgabe 6.4 Ein Kegelvein möchte einen Ausflug nach Holland machen. Die Mitglieder sind jedoch ziemlich zerstritten: Hanna kann Andreas und Chris nicht ausstehen, Bernd kommt mit Elli nicht klar, die wiederum Dieter nicht leiden kann. Fritz will sich von Hanna und Chris fernhalten und wird seinerseits von Günther gemieden, während Andreas, Dieter und Günther untereinander Krach haben. Schließlich waren Chris und Elli ein Paar, das sich nicht im Guten getrennt hat. Aber ansonsten kommt man gut miteinander aus.

Modelliere und löse folgende Probleme mit Hilfe der Graphentheorie:

- Mit wie vielen Autos muss der Kegelvein fahren, damit es auf der Anreise keinen Ärger gibt?
- Am Zielort gibt es einen Fahrradverleih, der ausschließlich Tandems im Angebot hat. Wie viele Tandems braucht der Verein mindestens, wenn Konflikte vermieden werden sollen?
- Nach der Fahrradtour besucht man gemeinsam ein Restaurant. Ist es möglich, alle so an einen runden Tisch zu setzen, dass nur einander freundlich gesinnte Menschen nebeneinander Platz nehmen?