

Übungen zur Vorlesung
Diskrete Mathematik
WS 14/15
Übungsblatt 03

Hinweis: Für jede der Aufgaben ist eine vollständige mathematische Argumentation verlangt.

Aufgabe 3.1 Es sollen 10 unterschiedliche Zahlen der Größe nach sortiert werden. Das Verfahren “Stupid Sort” geht folgendermaßen vor: Die Zahlen werden zufällig angeordnet und dann überprüft, ob sie in der richtigen Sortierung vorliegen. Falls nicht, wird wiederholt.

- a) Wie viele unterschiedliche Reihenfolgen sind möglich?
- b) Bei wie vielen Reihenfolgen steht mindestens eine Zahl an der richtigen Stelle?
- c) Bei wie vielen Reihenfolgen steht keine Zahl an der richtigen Stelle?

Aufgabe 3.2 Wir betrachten Wege in der Ebene, die sich aus zwei möglichen Einzelschritten zusammensetzen: $(x, y) \rightarrow (x + 1, y)$ oder $(x, y) \rightarrow (x, y + 1)$.

Wieviele Wege vom Punkt $(0, 3)$ zum Punkt $(15, 15)$ gibt es, die strikt oberhalb der Diagonalen, also oberhalb der Linie von $(0, 0)$ nach $(15, 15)$ mit einziger erlaubter Berührung im Endpunkt $(15, 15)$, verlaufen?

Aufgabe 3.3 Zeige:

- a) $\ln(n) = o(e^{\sqrt{\ln(n)}})$,
- b) $e^{\sqrt{\ln(n)}} = o(n^\varepsilon)$ für alle $\varepsilon \in \mathbb{R}$, $\varepsilon > 0$.

Aufgabe 3.4 Trage in die folgende Tabelle die Verhältnisse der unten angegebenen Funktionen bezüglich der O-Notation ein. Das heißt, gilt $f = \Psi(g)$ so erhält das Kästchen in der f -Zeile und g -Spalte das Zeichen Ψ (mit $\Psi \in \{O, o, \Omega, \omega, \Theta\}$). Verwende dabei die Symbole $O, o, \Omega, \omega, \Theta$ so genau wie möglich.

$f \backslash g$	3^n	e^n	$\sum_{i=1}^n i$	$n \ln(n)$	$e^{(e^{n+1})}$	$11^{\ln(n)}$	$e^{(e^n)}$	$2\sqrt{\ln(n)}$
3^n								
e^n								
$\sum_{i=1}^n i$								
$n \ln(n)$								
$e^{(e^{n+1})}$								
$11^{\ln(n)}$								
$e^{(e^n)}$								
$2\sqrt{\ln(n)}$								

Tipp: Beachte die Symmetrie und Transitivität der Landau-Symbole. Eine Rechnung wird nicht verlangt.