

Übungen zur Vorlesung
Diskrete Mathematik
WS 13/14
Übungsblatt 10

Hinweise:

- Für jede der Hausaufgaben ist eine vollständige mathematische Argumentation verlangt.
- Die Aufgabentypen von diesem Blatt werden in den Übungen am 14. und 15. Januar geübt. Aufgabe 10.4 kann erst mit dem Stoff der Vorlesung vom 8. Januar beantwortet werden.

Aufgabe 10.1 Löse die folgenden Rekursionsgleichungen mit Hilfe der Lösungsformeln (siehe Steger, Abschnitt 4.2.1.).

a) $a_n = 4a_{n-1} + 3$
 $a_0 = 0$

b) $b_n = 6b_{n-1} - 8b_{n-2}$
 $b_0 = 1, b_1 = 6$

Aufgabe 10.2 Stelle zu den folgenden Problemen eine Rekursionsgleichung auf (Lösen der Gleichung ist nicht verlangt)

- Eine Pizza soll mit geraden Schnitten in möglichst viele Stücke zerteilt werden. Wie viele Stücke sind möglich, wenn man n Schnitte vornimmt?
- Wie viele Wörter der Länge n mit Buchstaben aus $\{a, b\}$ kann man bilden, in denen genau einmal aa vorkommt?

Aufgabe 10.3 Gegeben sei die formale Potenzreihe $A(x) = \sum_{n \geq 0} (-1)^n (x^{3n} + x^{3n+1})$.

- Gib die Koeffizienten a_n an mit $A(x) = \sum_{n \geq 0} a_n x^n$.
- Berechne die inverse Potenzreihe $B(x)$ mit $A(x) \cdot B(x) = 1$.

Aufgabe 10.4 (8 Punkte) Gegeben sei folgende lineare Rekursionsgleichung:

$$a_n = 2a_{n-2} - a_{n-4}$$

wobei $a_0 = 6$, $a_1 = 5$, $a_2 = 12$ und $a_3 = 11$.

- a) (3 Punkte) Berechne die erzeugende Funktion $A(x)$ von a_n
- b) (2 Punkte) Berechne die Partialbruchzerlegung von

$$\frac{x^3 + 5x + 6}{x^4 - 2x^2 + 1}$$

- c) (3 Punkte) Löse die obige Rekursionsgleichung