

Übungen zur Vorlesung
Diskrete Mathematik
WS 13/14
Übungsblatt 09

Hinweise:

- Für jede der Hausaufgaben ist eine vollständige mathematische Argumentation verlangt.
- Die Übungsgruppen am 8. Januar entfallen.

Aufgabe 9.1 Um das Maximum und das Minimum einer Menge mit $n = 2^k$ Elementen zu bestimmen, kann man nach dem *Divide-and-Conquer* Verfahren rekursiv Minima und Maxima einer Aufteilung der Menge in zwei gleich große Teilmengen bestimmen und das Ergebnis daraus zusammen setzen.

- a) Gib den entsprechenden Algorithmus an.
- b) Bestimme die Anzahl der Vergleiche, die der Algorithmus ausführt, um Maximum und Minimum einer $n = 2^k$ -elementigen Menge zu bestimmen. (Hinweis: eine naive Berechnung ist schlechter, sie benötigt $2n - 2$ Vergleiche.)

Aufgabe 9.2 Gegeben sei ein Rucksack mit Kapazität $B = 10$ und 7 Objekten mit Gewichten w_1, \dots, w_7 und Profiten p_1, \dots, p_7 wobei

i	1	2	3	4	5	6	7
w_i	3	1	2	2	4	2	3
p_i	4	4	2	1	5	2	1

Bestimme den Gesamtprofit einer optimalen Packung des Rucksacks mit Hilfe von *dynamischer Programmierung*. Gib dazu die vom Algorithmus verwendete Tabelle an.

Aufgabe 9.3 Die Fibonacci-Folge F_n ist rekursiv definiert:

$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2} \text{ für } n \geq 2$$

$$F_0 = 0, F_1 = 1$$

- a) Gib einen *Divide-and-Conquer*-Algorithmus an, der F_n ausrechnet.
- b) Gib einen Algorithmus an, der die Technik der *dynamischen Programmierung* verwendet um F_n auszurechnen.

Aufgabe 9.4 Gegeben seien eine Menge von n Aufträgen. Zu jedem Auftrag gehört ein Schlußtermin $d_i \in \mathbb{N}$ und ein Gewinn $p_i \in \mathbb{N}$. Diese Aufträge sollen auf einer Maschine ausgeführt werden. Die Maschine kann jeden der Aufträge in *einer* Zeiteinheit erledigen. Eine zulässige Lösung ist eine Auswahl $A \subseteq \{1, \dots, n\}$ der Aufträge, so dass die Aufträge in A so angeordnet werden können, dass jeder dieser Aufträge bis zu seinem Schlußtermin erledigt ist. Gesucht ist eine zulässige Lösung mit maximalem Gewinn.

Zeige, dass dem Problem ein Matroid zugrunde liegt und mit einem Greedy-Algorithmus gelöst werden kann.

Schöne Feiertage und einen guten Rutsch!