

Übungen zur Vorlesung
Diskrete Mathematik
WS 13/14
Übungsblatt 02

Hinweis: Für jede der Aufgaben ist eine vollständige mathematische Argumentation verlangt.

Aufgabe 2.1

- a) In einer Schulklasse sind 25 Schüler. Jeder Schüler soll an genau drei AGs teilnehmen und jede AG soll aus genau sieben Schülern bestehen. Ist eine solche Aufteilung möglich?
- b) Wieviele Zahlen n , $1 \leq n \leq 4200$, gibt es, so dass n durch 4, 10 oder 12 teilbar ist?
- c) Wieviele Zahlen zwischen 1 und 2^{15} sind von der Form n^2 , n^3 oder n^5 (für $n \in \mathbb{N}$)?

Aufgabe 2.2 Wie viele ganzzahlige Lösungen hat die Gleichung

$$x_1 + x_3 + x_5 = 45 - x_2 - x_4$$

mit der Bedingung $x_i \geq 2i - 2$ für $1 \leq i \leq 5$?

Aufgabe 2.3 Beweise durch kombinatorische Argumentation:

a)
$$\sum_{k=1}^n k^2 \binom{n}{k} = n(n-1)2^{n-2} + n2^{n-1}$$

b)
$$S_{n,2} = 2^{n-1} - 1$$

Aufgabe 2.4 Wir betrachten Wege in der Ebene, die sich aus zwei möglichen Einzelschritten zusammensetzen: $(x, y) \rightarrow (x+1, y)$ oder $(x, y) \rightarrow (x, y+1)$.

Wieviele Wege vom Punkt $(0, 3)$ zum Punkt $(12, 12)$ gibt es, die strikt oberhalb der Diagonalen¹ verlaufen (die einzige erlaubte Berührung mit der Diagonalen ist der Endpunkt $(12, 12)$)?

¹gemeint ist hier die Linie von $(0, 0)$ nach $(12, 12)$