Hans U. Simon
Malte Darnstädt
Thorsten Doliwa

Bochum, den 13.12.2010

Abgabe: 20.12.2010 (bis 14:15 Uhr)

Übungen zur Vorlesung

Diskrete Mathematik

WS 10/11

Übungsblatt 09

Aufgabe 9.1 Um das Maximum und das Minimum einer $n = 2^k$-elementigen Menge zu bestimmen, kann man nach dem Divide-and-Conquer Verfahren rekursiv Minima und Maxima einer Aufteilung der Menge in zwei gleich große Teilmengen bestimmen und das Ergebnis daraus zusammen setzen.

a) Gib den entsprechenden Algorithmus an.

b) Bestimme die Anzahl der Vergleiche zwischen den Elementen, die der Algorithmus ausführt, um Maximum und Minimum einer $n = 2^k$-elementigen Menge zu bestimmen und zeige, dass dies besser als $2n - 2$ wie bei einer naiven Berechnung ist.

Aufgabe 9.2 Gegeben seien eine Menge von n Aufträgen. Zu jedem Auftrag gehört ein Schlusstermin $d_i \in \mathbb{N}$ und ein Gewinn $p_i \in \mathbb{N}$. Diese Aufträge sollen auf einer Maschine ausgeführt werden. Die Maschine kann jeden der Aufträge in *einer* Zeiteinheit erledigen. Eine zulässige Lösung ist eine Auswahl $A \subseteq \{1, \ldots, n\}$ der Aufträge, so dass die Aufträge in A so angeordnet werden können, dass jeder dieser Aufträge bis zu seinem Schlusstermin erledigt ist. Gesucht ist eine zulässige Lösung mit maximalem Gewinn.

a) Zeige, dass dem Problem ein Matroid zugrunde liegt.

b) Gib den entsprechenden Greedy-Algorithmus an.

Aufgabe 9.3 Gegeben sei ein Rucksack mit Kapazität $B = 12$ und 7 Objekten mit Gewichten $w_1, \ldots, w_7$ und Profiten $p_1, \ldots, p_7$ wobei

i	1	2	3	4	5	6	7
w_i	3	5	4	2	4	2	3
p_i	4	3	2	1	3	2	1

Bestimme den Gesamtprofit einer optimalen Packung des Rucksacks mit Hilfe von dynamischer Programmierung. Gib dazu die vom Algorithmus verwendete Tabelle an.

Aufgabe 9.4 Die Fibonacci-Folge F_n ist rekursiv definiert:

$$F_n = F_{n-1} + F_{n-2} \text{ für } n \geq 2$$

$$F_0 = 0,\ F_1 = 1$$

Gib einen Algorithmus an, der die Technik der *dynamische Programmierung* verwendet um F_n auszurechnen.