

Übungen zur Vorlesung
Diskrete Mathematik
WS 10/11
Übungsblatt 07

Aufgabe 7.1

- Berechne den ggT von 52 und 77 mit dem erweiterten Euklidischen Algorithmus
- Existiert in \mathbb{Z}_{77} ein zu 52 inverses Element? Wie lautet es?
- Löse die lineare Kongruenz

$$52 \cdot x \equiv 3 \pmod{77}$$

Aufgabe 7.2 Wie lauten die letzten zwei Ziffern von 1020304050607^{2010} , wie die letzte Ziffer von $9^{(9^9)}$ (jeweils in Dezimaldarstellung)?

Aufgabe 7.3 Der Kleinstaat Fabelland mit 40482 Einwohnern hat eine eigene Armee. Bei Übungsmärschen geht man in 8er-Reihen – dann gehen genau 3 Offiziere an der Spitze. Bei Paraden wird in 7er-Reihen marschiert – dann ist vorne das 6-köpfige Musikkorps. Beim jährlichen Manöver gehen alle in 5er-Reihen, und es bleiben genau 2 Mann zum Ziehen der einzigen Kanone Fabellands übrig. Als einmal ein hoher Staatsbesuch kam, stellte man sich in 11er-Reihen vor dem Bahnhof auf, wobei der General an der Spitze war. In der Verfassung des Landes steht, dass höchstens 10% aller Einwohner von Fabelland in der Armee sein dürfen.

Wie viele Soldaten hat Fabelland?

Aufgabe 7.4 Sei $p \geq 3$ prim und $a \in \mathbb{N}$.

- Zeige, dass gilt:

$$2p \text{ teilt } a^p - a$$

- Zeige, dass die letzte Ziffer in der Dezimaldarstellung von a^5 und a identisch ist.