Hans U. Simon
Michael Kallweit
Malte Darnstädt

Bochum, den 25.01.2010

Abgabe: 02.02.2010 (bis 8:15 Uhr)

Übungen zur Vorlesung

Diskrete Mathematik

WS 09/10

Übungsblatt 13

Aufgabe 13.1 Gegeben sei eine gezinkte Münze, die mit Wahrscheinlichkeit $p = 1/3$ Kopf anzeigt. Es werden n unabhängige Würfe betrachtet.

a) Sei X die Zufallsvariable welche angibt wie oft bei den n Würfen Kopf geworfen wurde. Wie ist X verteilt? Gib Dichte, Erwartungswert und Varianz von X an.

b) Gib die Wahrscheinlichkeit, dass nach n Würfen weniger als doppelt so oft Zahl wie Kopf geworfen wurde, mit Hilfe der Verteilungsfunktion von X an.

c) Die Zufallsvariable N gibt an wie oft die Münze Zahl anzeigt bevor zum ersten mal Kopf geworfen wird. Wie ist N verteilt? Berechne $\mathbb{E}[N]$ und $\mathrm{Var}[N]$.

Aufgabe 13.2 In der Vorlesung wurde gezeigt, dass zwei unabhängige Zufallsvariablen unkorreliert sind. Gib ein Gegenbeispiel für die Umkehrung dieses Satzes an, d.h. gib zwei unkorrelierte, aber abhängige Zufallsvariablen an.

Aufgabe 13.3 In einem Büro rufen im Schnitt 8 Personen in einer Stunde an. Wie wahrscheinlich ist es, dass während der Mittagspause von einer halben Stunde höchstens 2 Personen anrufen?
Hinweis : Verwende die Poisson-Verteilung.

Aufgabe 13.4 Seien $A_1, \ldots, A_n \subseteq \Omega$ Ereignisse. Beweise, dass die folgenden Aussagen äquivalent sind:

a) $I_{A_1}, \ldots, I_{A_n}$ sind unkorreliert.

b) $A_1, \ldots, A_n$ sind unabhängige Ereignisse.

c) $I_{A_1}, \ldots, I_{A_n}$ sind unabhängige ZV.