

Übungen zur Vorlesung
Diskrete Mathematik
WS 09/10
Übungsblatt 11

Aufgabe 11.1 (8 Punkte) Gegeben sei folgende lineare Rekursionsgleichung:

$$a_n := 2a_{n-1} - 2a_{n-3} + a_{n-4} ,$$

wobei $a_0 = a_1 = 2$ und $a_2 = a_3 = 6$.

- a) (3 Punkte) Berechne die erzeugende Funktion $A(x)$ von a_n
- b) (2 Punkte) Berechne die Partialbruchzerlegung von

$$\frac{2 - 2x + 2x^2 - 2x^3}{1 - 2x + 2x^3 - x^4}$$

- c) (3 Punkte) Gib die explizite Form der obigen Rekursionsgleichung an

Aufgabe 11.2 Wie viele kürzeste Pfade von $(0, 0)$ nach (n, n) gibt es in einem $n \times n$ -Gitter, die oberhalb der Hauptdiagonale verlaufen? Es genügt eine Rekursionsgleichung anzugeben.

Aufgabe 11.3 Beweise: Die erzeugende Funktion der formalen Potenzreihe $\sum_{n \geq 1} \frac{1}{n} x^n$ ist $\ln\left(\frac{1}{1-x}\right)$. (Siehe auch Tabelle 4.7 im Buch).