

Übungen zur Vorlesung
Diskrete Mathematik
WS 09/10
Übungsblatt 08

Aufgabe 8.1

- Berechne den ggT von $f(x) = x^4 + 2x^3 - 5x^2 - 6x$ und $g(x) = x^3 - 6x^2 + 3x + 10$ mit dem erweiterten Euklidischen Algorithmus.
- Stelle den ggT als Linearkombination von $f(x)$ und $g(x)$ dar.
- Zeige, dass der ggT nicht eindeutig ist.

Aufgabe 8.2 Bestimme die Partialbruchzerlegung von

$$\frac{3x^4 + 6x^3 + 20x^2 - 6x + 73}{(x-1)^2 \cdot (x+1) \cdot (x+3)}$$

Hinweis: Führe zunächst eine Polynomdivision mit Rest durch, damit der resultierende Zähler (des Restes) einen kleineren Grad als der Nenner hat. Wende dann die Methode aus der Vorlesung an.

Aufgabe 8.3 Multipliziere die Polynome $x^2 + 2x + 3$ und $3x + 1$ mit Hilfe der schnellen diskreten Fouriertransformation.

Aufgabe 8.4 Sei $p \geq 3$ eine Primzahl. Beweise, dass für jede Zahl a aus \mathbb{Z}_p^* gilt

$$x^2 \equiv a \pmod{p} \text{ besitzt eine Lösung } x \Leftrightarrow a^{\frac{p-1}{2}} \equiv 1 \pmod{p}.$$

Hinweis: Nutze aus dass es ein Element $\xi \in \mathbb{Z}_p^*$ gibt mit $\mathbb{Z}_p^* = \{\xi^0, \xi^1, \xi^2, \dots, \xi^{p-2}\}$.