

Übungen zur Vorlesung  
**Diskrete Mathematik**  
WS 09/10  
Übungsblatt 07

**Aufgabe 7.1**

- a) Berechne den ggT von 42 und 97 mit dem erweiterten Euklidischen Algorithmus.
- b) Existiert in  $\mathbb{Z}_{97}$  zu 42 ein inverses Element? Wie lautet es?
- c) Löse die lineare Kongruenz

$$42 \cdot x \equiv 3 \pmod{97}$$

**Aufgabe 7.2** Wie lauten die letzten zwei Ziffern von  $9080706050403^{2009}$ , wie die letzte Ziffer von  $7^{(7^7)}$  (jeweils in Dezimaldarstellung)?

**Aufgabe 7.3** Der Kleinstaat Fabelland mit 34567 Einwohnern hat eine eigene Armee. Bei Übungsmärschen geht man in 5er-Reihen – dann gehen genau 4 Offiziere an der Spitze. Bei Paraden wird in 8er-Reihen marschiert – dann ist vorne das 5-köpfige Musikkorps. Beim jährlichen Manöver gehen alle in 7er-Reihen, und es bleiben genau 2 Mann zum Ziehen der einzigen Kanone Fabellands übrig. Als einmal ein hoher Staatsbesuch kam, stellte man sich in 9er-Reihen vor dem Bahnhof auf, wobei der General an der Spitze war. In der Verfassung des Landes steht, dass höchstens 10% aller Einwohner von Fabelland in der Armee sein dürfen.

Wie viele Soldaten hat Fabelland?

**Aufgabe 7.4** Beweise:

$$\mathbb{Z}_m^* = \{ a \in \mathbb{Z}_m \mid \text{ggT}(a, m) = 1 \}$$

*Anmerkung:* Eine Richtung wurde in der Vorlesung gezeigt (siehe Zusatzmaterial auf der Homepage). Es bleibt zu zeigen: Ist  $\text{ggT}(a, m) \neq 1$ , dann gilt  $a \notin \mathbb{Z}_m^*$ , d.h.  $a$  hat in  $\mathbb{Z}_m^*$  kein multiplikatives Inverses.