Hans U. Simon
Michael Kallweit
Malte Darnstädt

Bochum, den 02.11.2009

Abgabe: 10.11.2009 (bis 8:15 Uhr)

Übungen zur Vorlesung

Diskrete Mathematik

WS 09/10

Übungsblatt 03

Aufgabe 3.1 Beweise:

a) Für $n \in \mathbb{N}$ gilt: $S_{n+1,n} = s_{n+1,n}$

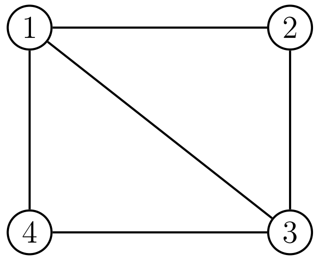
b) Für $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$ gilt: $\sum_{k=0}^{n}(-1)^k s_{n,k} = 0$

Aufgabe 3.2 Trage in die folgende Tabelle die Verhältnisse der unten angegebenen Funktionen bezüglich der $\mathcal{O}$-Notation ein. D.h. gilt $f = \Psi(g)$ so erhält das Kästchen in der f-Zeile und g-Spalte das Zeichen Ψ (mit $\Psi \in \{O, o, \Omega, \omega, \Theta\}$). Verwende dabei die Symbole $O, o, \Omega, \omega, \Theta$ so genau wie möglich.

$f \backslash g$	π^n	$\sum_{i=1}^n i$	$2^{2^{n+1}}$	n^5	$1033^{\log n}$	$n\log(n)$	2^{2^n}	$2^{\sqrt{\log n}}$
π^n								
$\sum_{i=1}^n i$								
$2^{2^{n+1}}$								
n^5								
$1033^{\log n}$								
$n\log(n)$								
2^{2^n}								
$2^{\sqrt{\log n}}$								

Tipp: Beachte die Symmetrie und Transitivität der Landau-Symbole.

Aufgabe 3.3 Betrachte folgenden Graphen



a) Gib alle möglichen Spannbäume an.

b) Welche sind isomorph? Wie viele nur bis auf Isomorphie verschiedene Spannbäume gibt es?

Aufgabe 3.4 Sei $G = (V, E)$ ein ungerichteter Graph. Ein Automorphismus von G ist ein Isomorphismus von G auf sich selbst, d.h. eine Bijektion $f : V \to V$, so dass $(u, v) \in E$ genau dann wenn $\{f(u), f(v)\} \in E$.

a) Bestimme die Anzahl der Automorphismen für den Sterngraph $S_n = (V, E)$ mit $V = \{1, \ldots, n\}$ und $E = \{\{1, i\} : i = 2, \ldots, n\}$.

b) Bestimme die Anzahl der Automorphismen für einen Kreis $K_n = (V, E)$ mit $V = \{1, \ldots, n\}$ und $E = \{\{i, i + 1\} : i = 1, \ldots, n - 1\} \cup \{\{1, n\}\}$.