

Aufgaben zur Klausurvorbereitung

Diskrete Mathematik

WS 09/10

Aufgabe 1 Wieviele gerade ganze Zahlen $0 \leq n \leq 120$ existieren, die durch 3 oder 10 teilbar sind.

Aufgabe 2 Gegeben ist der Graph

$$G := \{ \{1, 2, 3, 4, 5\}, E \} ,$$

wobei

$$E := \{ \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{2, 4\}, \{2, 5\}, \{3, 4\}, \{3, 5\}, \{4, 5\} \} ,$$

und die Gewichtsfunktion $w : E \rightarrow \mathbb{R}$ mit folgender Wertetabelle:

e	$\{1, 2\}$	$\{1, 3\}$	$\{2, 3\}$	$\{2, 4\}$	$\{2, 5\}$	$\{3, 4\}$	$\{3, 5\}$	$\{4, 5\}$
$w(e)$	7	8	6	4	1	2	3	5

- a) Zeichne G .
- b) Berechne mit dem Algorithmus von Kruskal einen minimalen Spannbaum. Gib dazu bei jeder Iteration die Kante an, die neu zur Menge E_T hinzugefügt wird, und zeichne den resultierenden Spannbaum.

Aufgabe 3 Berechne die CRC-5 Prüfsumme der binären Nachricht

$$10010011 .$$

Das CRC-5-Generatorpolynom ist $g(x) = x^5 + x^2 + 1$.

Aufgabe 4 Finde jeweils die kleinste positive ganze Zahl x , die folgenden Gleichungen löst:

- a) $5x \equiv 16 \pmod{23}$
- b) $x \equiv 2 \pmod{3}$ und $x \equiv 0 \pmod{5}$ und $x \equiv 7 \pmod{8}$

Aufgabe 5 Gib eine explizite Darstellung für die durch die Rekursionsgleichung

$$a_n := 2a_{n-1} - a_{n-2} \quad \forall n \geq 2$$

gegebene Folge an, wobei $a_0 = 2$ und $a_1 = 1$ sind.

Verwende dazu die Methode mit Hilfe der Erzeugenden Funktionen

Aufgabe 6 Seien $X, Y : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ unabhängige Poissonverteilte Zufallsvariablen mit Parametern λ_X und λ_Y . Berechne

a) $\mathbb{E}[X + Y]$ und $\text{Var}[X + Y]$

b) $\mathbb{E}[X - Y]$ und $\text{Var}[X - Y]$

c) $\mathbb{E} \left[\frac{1}{X+1} \right]$