

Übungen zur Vorlesung
Diskrete Mathematik
WS 04/05
Blatt 13

Aufgabe 13.1

Berechne mit Hilfe von wahrscheinlichkeitserzeugenden Funktionen erneut den Erwartungswert und die Varianz der (a) Gleichverteilung auf $\{0, \dots, n\}$, der (b) Geometrischen Verteilung mit Parameter p und (c) der Poisson-Verteilung mit Parameter λ .

Aufgabe 13.2

Zum Ende des Tages führt der Wirt - alleine in seiner Kneipe zurückgeblieben - folgendes Spiel aus: Mit den im Laufe des Abends auf dem Kneipenboden verlorenen Münzen wirft er je einmal und zählt dabei das Auftreten von Zahl.

Modelliere das Spiel des Wirtes in einer Zufallsgröße Z und berechne Dichte, Erwartungswert und Varianz, wobei wir annehmen, dass die Erfolgswahrscheinlichkeit Zahl zu werfen, bei allen Münzen gleich groß ist und im Laufe des Abends durchschnittlich λ Münzen zurückbleiben. *Hinweis* : Nutze Satz 1.98 im Buch.

Aufgabe 13.3

- Wir nehmen an, dass Frauen in Deutschland im Schnitt eine Körpergröße von 1,7m haben und die Körpergrößen, mit einer Varianz von 9cm, normalverteilt sind. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass Eva größer als 1,8m ist?
- Das Plutonium-Isotop ${}_{94}^{238}\text{Pu}$ hat eine Halbwertszeit von 2,87 Jahren. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Atom dieses Isotops nach einem Jahr zerfallen ist?

Aufgabe 13.4

Die Dichte der Gamma-Verteilung mit Parameter (a, b) , für $a > 0$, $b > 0$ lautet

$$\gamma_{a,b}(x) = \begin{cases} \frac{b^a x^{a-1} e^{-bx}}{\Gamma(a)} & x > 0 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases} .$$

Dabei ist die Gamma-Funktion wie folgt definiert: $\Gamma(a) = \int_0^\infty t^{a-1} e^{-t} dt$.

- Zeige, dass $\gamma_{a,1}(x)$ eine Dichtefunktion ist.
- Es gilt $\Gamma(a+1) = a\Gamma(a)$ für alle $a > 0$. Berechne Erwartungswert und Varianz von $\gamma_{a,1}$.