Hans U. Simon
Nikolas List

Abgabe bis 20.01.2005
in den Übungsgruppen

Übungen zur Vorlesung

Diskrete Mathematik

WS 04/05

Blatt 11

Aufgabe 11.1

Ein Maildienstanbieter untersucht die Effizienz seiner Spam-Regeln:
Er geht davon aus, dass 40% des Mailverkehrs unerwünschte Werbemails sind. Er weiß außerdem, dass sein Spamfilter Spam mit einer Wahrscheinlichkeit von 95% erkennt. Leider klassifiziert der Filter auch 5% der erwünschten Emails als Spam.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine gelieferte Mail tatsächlich Spam ist, wenn der Spamfilter dies anzeigt?

Aufgabe 11.2

Sei X eine diskrete Zufallsvariable mit dem Wertebereich $x_1 < x_2 < \ldots < x_n$. Welche der folgenden Aussagen sind richtig/falsch? Begründe.

$\mathrm{Var}[X] > 0$, $E[X] \geq x_1$, $\mathrm{Var}[X] \geq x_1$, $\mathrm{Var}[X] \geq E[X]$,$\mathrm{Var}[X] \leq E[X^2]$, $\mathrm{Var}[X] \leq E[X]^2$.

Aufgabe 11.3

In der Vorlesung wurde gezeigt, dass zwei unabhängige Zufallsvariablen unkorreliert sind. Gib ein Gegenbeispiel für die Umkehrung dieses Satzes an, d.h. gib zwei unkorrelierte, aber abhängige Zufallsvariablen an.

Aufgabe 11.4

In der Vorlesung wurde eine Analyse des Ziegenproblems vorgestellt, die von der Strategie des Showmasters eine Tür zu öffnen unabhängig ist. Wir nehmen nun an, dass der Showmaster mit der Kandidatin eine Vereinbarung trifft und immer die im Uhrzeigersinn nächste Tür (ausgehend von der von der Kandidatin gewählten Tür) öffnet, hinter der sich eine Ziege befindet.

Wir analysieren im Folgenden drei mögliche Strategien, die sich für die Kandidatin ergeben:

A: Kandidatin bleibt immer bei der zuerst gewählten Tür.
B: Kandidatin wechselt die Tür immer.
C: Kandidatin wechselt genau dann, wenn der Showmaster nicht die nächste Tür öffnet.

a) Berechne die Gewinnwahrscheinlichkeit für jede der drei Strategien, wenn der Showmaster die Türen wie vereinbart öffnet.

b) Wie ändern sich die Gewinnwahrscheinlichkeiten bei jeder der drei Strategien, wenn der Showmaster sich nicht an die Vereinbarung hält und die Türen zufällig öffnet?