Hans U. Simon
Nikolas List

Abgabe bis 15.12.2004
in den Übungsgruppen

Übungen zur Vorlesung

Diskrete Mathematik

WS 04/05

Blatt 8

Aufgabe 8.1

Wandel den in der Vorlesung behandelten Algorithmus zum Berechnen des Wertes einer optimalen Packung des Rucksacks (Alg. 4.5 im Buch) so ab, dass er auch die optimale Bepackung ausgibt.

Aufgabe 8.2

Um das Maximum und das Minimum einer $n = 2^k$-elementigen Menge zu bestimmen, kann man nach dem Divide-and-Conquer Verfahren rekursiv Minima und Maxima einer Aufteilung der Menge in zwei gleich große Teilmengen bestimmen und das Ergebnis daraus zusammen setzen.

a) Gib den entsprechenden Algorithmus an.

b) Bestimme die Anzahl der Vergleiche, die der Algorithmus ausführt, um Maximum und Minimum einer $n = 2^k$-elementigen Menge zu bestimmen und zeige, daß dies besser als $2n - 2$ wie bei einer naiven Berechnung ist.

Aufgabe 8.3

Eine Hilfsorganisation hat aus weihnachtlichen Spenden n Ladungen mit Lebensmitteln zur Verfügung. Für jede Ladung $i \in [n]$ wurde ein Nährwert $w_i \in \mathbb{N}^+$ und ein Verfalldatum $d_i \in \mathbb{N}$ ermittelt. Täglich kann nur eine Ladung in das Krisengebiet gebracht werden. Ziel der Helfer ist es, eine Auswahl $F \subset [n]$ von Ladungen zu treffen, so dass keine Ladung $i \in F$ nach ihrem Verfalldatum geliefert wird und der Nährwert aller gelieferten Ladungen maximiert wird.

a) Zeige, daß dem Problem ein Matroid zugrunde liegt.

b) Gib den entsprechenden Greedy-Algorithmus an.

Aufgabe 8.4

Zu einem Graphen $G = (V, E)$ ist das *Kreismatroid* $(\mathcal{S},\mathcal{U})$ definiert als

$$\mathcal{S} = E,\ \ \mathcal{U} = \{A \subseteq E \mid (V, A) \text{ enthält keinen Kreis}\}$$

Beweise, daß (S, U) tatsächlich ein Matroid ist.