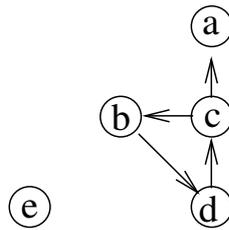


Übungen zur Vorlesung  
**Diskrete Mathematik**  
WS 04/05  
Blatt 5

**Aufgabe 5.1**

Berechne mit Hilfe des Algorithmus von Warshall die transitive Hülle des folgenden Graphen:



Gib dazu nach jeder Iteration der Hauptschleife die Matrix  $W[i, j]$  an.

**Aufgabe 5.2**

- Wieviele perfekte Matchings hat ein Pfad mit  $n \geq 2$  Knoten?
- Wieviele perfekte Matchings hat ein Kreis mit  $n$  Knoten?
- Wieviele Matchings/perfekte Matchings/maximum Matchings hat ein Stern mit  $n$  Knoten?
- Für welche  $n \geq 2$  kann man einen Graphen  $G$  mit  $n$  Knoten angeben bei dem jedes maximum Matching auch ein perfektes Matching ist?

Wie in der Vorlesung angekündigt, kann man den DFS-Algorithmus für Digraphen so erweitern, dass die  $N_1$ - $N_2$ -Nummerierung als Ausgabe mitgeliefert wird. (siehe Algorithmus DFS2 auf der Rückseite):

**Aufgabe 5.3**

Beschreibe, wie sich mit Hilfe der  $N_1$ - und  $N_2$ -Nummerierungen F-/B- und C-Kanten unterscheiden lassen.

#### Aufgabe 5.4

Überlege Dir eine andere Modifikation der DFS für Digraphen, welche für einen gegebenen DAG eine topologische Sortierung seiner Knoten ausgibt.

#### Algorithmus DFS2

```
1: Eingabe: Graph  $G = (V, E)$ , Startknoten  $s \in V$ 
2: Ausgabe:  $pred[v]$  für  $v \in V$ , Ein-/Ausgangsordnung  $N_1[v], N_2[v]$ 
3: for  $v \in V$  do
4:    $pred[v] \leftarrow nil$ 
5:    $N_1[v] \leftarrow N_2[v] \leftarrow \infty$ 
6: end for
7:  $i, j \leftarrow 0$ 
8:  $S \leftarrow$  new STACK
9:  $N_1[s] \leftarrow i, i \leftarrow i + 1$ 
10:  $v \leftarrow s$ 
11: repeat
12:   if  $\exists u \in \Gamma(v) \setminus \{s\}$  and  $pred[u] = nil$  then
13:     S.PUSH( $v$ )
14:      $pred[u] \leftarrow v$ 
15:      $v \leftarrow u$ 
16:      $N_1[v] \leftarrow i, i \leftarrow i + 1$ 
17:   else
18:      $N_2[v] \leftarrow j, j \leftarrow j + 1$ 
19:     if  $\neg$  S.ISEMPTY then
20:        $v \leftarrow$  S.POP()
21:     else
22:        $v \leftarrow nil$ 
23:     end if
24:   end if
25: until  $v = nil$ 
```