

Übungen zur Vorlesung
Diskrete Mathematik
WS 04/05
Blatt 4

Aufgabe 4.1

Finde Beispiele von Graphen (ungleich zu denen aus der Übung!) die

- a) eulersch und hamiltonsch sind,
- b) nicht eulersch, aber hamiltonsch sind,
- c) eulersch, aber nicht hamiltonsch sind,
- d) weder eulersch, noch hamiltonsch sind.

Aufgabe 4.2

Beweise durch Induktion über die Dimension d : Jeder d -dimensionale Hyperwürfel

$$Q_d := (\{0, 1\}^d, \{\{a, b\} : |\{i : a_i \neq b_i\}| = 1\})$$

ist hamiltonsch.

Wir betrachten im Folgenden eine Verallgemeinerung des Hyperwürfels, in dem wir die Knoten nicht nur binär kodieren, sondern mit einem beliebigen Stellenwertsystem. Wir definieren dazu:

$$Q_{s,d} := (\{0, \dots, s-1\}^d, \{\{a, b\} : |\{i : a_i \neq b_i\}| = 1\})$$

Aufgabe 4.3

- a) Für welche d, s ist $Q_{s,d}$ eulersch?
- b) Ist $Q_{3,2}$ planar?

Aufgabe 4.4

- a) Fasst man die Elemente aus $\{0, 1, 2\}^2$ als Stellenwertsystem auf, wird durch die Ordnung der natürlichen Zahlen eine Ordnung auf der Knotenmenge induziert. Welche Färbung ergibt sich, wenn der in der Vorlesung vorgestellte Greedy-Knotenfärbungsalgorithmus mit dieser Knotenreihenfolge auf $Q_{3,2}$ angewendet wird?
- b) Ist diese Färbung optimal?