Hans U. Simon
Nikolas List

Abgabe bis 11.11.2004
in den Übungsgruppen

Übungen zur Vorlesung

Diskrete Mathematik

WS 04/05

Blatt 3

Aufgabe 3.1

Seien $f(n)$ und $g(n)$ jeweils zwei der unten angegeben Funktionen. Untersuche ob (i) $f(n) = O(g(n))$, (ii) $f(n) = \Omega(g(n))$ oder $f(n) = \Theta(g(n))$ gilt.
Tipp: Betrachte die Kette der entsprechenden Mengeninklusionen.

a) π^n
b) $n \log n$
c) $\sqrt{\log n}$
d) $\log n$
e) $\sum_{i=1}^{n} i$
f) 10^n
g) n^n
h) $2^{(2^n)}$
i) n^2
j) $log\sqrt{n}$

Aufgabe 3.2

a) Berechne den sogenannten Prüfercode von

$$T := ([8], \{\{1,5\}, \{1,6\}, \{2,3\}, \{2,7\}, \{2,8\}, \{3,4\}, \{3,5\}\})$$

nach der Methode des Beweises des Satzes von Cayley aus der Vorlesung. Gib dazu in jedem Schritt die Veränderung des Baumes an.

b) Zeichne den Baum mit $n = 8$ Knoten, dessen Prüferkode 263125 ist. Gib dazu die Kanten des Baumes in der Reihenfolge an, in der sie durch den Aufruf TreeEdges$(8, [8], 263125)$ generiert werden.

Aufgabe 3.3

Gegeben sei der Graph $G = (V, E)$, $V = [8]$ mit Kantenmenge

$$E = \{\{1,2\}, \{1,3\}, \{2,5\}, \{2,4\}, \{3,4\}, \{4,8\}, \{5,6\}, \{5,7\}, \{6,7\}\} \quad .$$

Führe eine Breitensuche durch. Gib dazu bei jeder Änderung des Inhalts der Queue tabellarisch die Queue Q und die Werte $d[1], \ldots, d[8]$ und $pred[1], \ldots, pred[8]$ an.

Aufgabe 3.4

Sei $G = (V, E)$ ein ungerichteter Graph. Ein Automorphismus von G ist ein Isomorphismus von G auf sich selbst, d.h. eine Bijektion $f : V \to V$, so dass $(u, v) \in E$ genau dann wenn $\{f(u), f(v)\} \in E$.

a) Bestimme die Anzahl der Automorphismen für einen Pfad $P_n = (V, E)$ mit $V = \{1, \ldots, n\}$ und $E = \{\{i, i+1\} : i = 1, \ldots, n-1\}$.

b) Bestimme die Anzahl der Automorphismen für den Sterngraph $S_n = (V, E)$ mit $V = \{1, \ldots, n\}$ und $E = \{\{1, i\} : i = 2, \ldots, n\}$.

c) Bestimme die Anzahl der Automorphismen für einen Kreis $K_n = (V, E)$ mit $V = \{1, \ldots, n\}$ und $E = \{\{i, i+1\} : i = 1, \ldots, n-1\} \cup \{\{1, n\}\}$.

Hinweis

Im Netz gibt es eine Liste von Errata zu Angelika Stegers Buch „Diskrete Strukturen“:
`http://www.ti.inf.ethz.ch/as/publications/books/ds/berichtigungen-ds1/`