

## 12. Übungsblatt

**Aufgabe 12.1.** Sei  $G$  ein Graph mit Knotenmenge  $V_1 \cup V_2$ , sodass  $V_1$  einen vollständigen und  $V_2$  einen leeren Graphen induziert. Zeigen Sie, dass  $G$  und  $G^c$  chordal sind. (4 Punkte)

**Aufgabe 12.2.** Finden Sie ein Beispiel eines nicht chordalen Graphen  $G$  und einer partiell positiv definiten Matrix  $A$  mit Spezifikationsgraph  $G$ , sodass  $A$  eine positiv definite Vervollständigung besitzt. (4 Punkte)

**Aufgabe 12.3.** Zeigen Sie durch ein Beispiel, dass die positiv definite Vervollständigung einer partiell positiv definiten Matrix nicht eindeutig sein muss. (4 Punkte)

**Aufgabe 12.4.** Sei  $G$  ein nicht vollständiger chordaler Graph. Wir nennen einen Knoten  $i$  *simplizial*, falls der von  $\{j \in V(G) : j \sim i\}$  induzierte Graph vollständig ist. Zeigen Sie, dass mindestens zwei nicht-adjazente simpliziale Knoten in  $G$  existieren. (4 Punkte)

*Hinweis: Benutzen Sie Induktion.*