

6. Übungsblatt

Aufgabe 6.1. Sei G ein zusammenhängender Graph. Sei μ ein Eigenwert von G mit einem zugehörigen nicht negativen Eigenvektor z . Zeigen Sie, dass $\mu = \rho(G)$ gilt. (4 Punkte)

Aufgabe 6.2. Sei G ein Graph mit $\rho(G) < 2$. Zeigen Sie, dass G azyklisch ist und jeder Knoten höchstens drei inzidente Kanten besitzt. (4 Punkte)

Aufgabe 6.3. Die Summe $G_1 + G_2$ von Graphen G_1 und G_2 ist definiert als $G_1 + G_2 = (G_1^c \cup G_2^c)^c$. Sei G_i ein k_i -regulärer Graph mit n_i Knoten für $i = 1, 2$. Zeigen Sie, dass

$$\frac{\phi(G_1 + G_2, \lambda)}{\phi(G_1, \lambda)\phi(G_2, \lambda)} = \frac{\lambda^2 - (k_1 + k_2)\lambda + k_1k_2 - n_1n_2}{(\lambda - k_1)(\lambda - k_2)}$$

gilt. (4 Punkte)

Hinweis: Erinnern Sie sich daran, wie man die Eigenwerte von $K_{n,m}$ ausrechnet.

Aufgabe 6.4. Sei G stark regulär. Zeigen Sie, dass G^c wieder stark regulär ist und bestimmen sie die Parameter in Abhängigkeit derer von G . (4 Punkte)