

3. Übungsblatt

Aufgabe 3.1. Berechnen Sie die Energien von K_n und $K_{m,n}$. Schlussfolgern Sie, dass jede gerade positive Zahl als Energie eines Graphen realisiert werden kann. (4 Punkte)

Aufgabe 3.2. Seien G und H zwei Graphen. Das *Tensorprodukt* $G \otimes H$ von G und H ist der Graph, mit Knotenmenge $V(G) \times V(H)$, und zwei Knoten $(u, v), (u', v')$ sind adjazent, genau dann wenn u und u' in G und v und v' in H adjazent sind. Zeigen Sie, dass die Adjazenzmatrix von $G \otimes H$ das Tensorprodukt der Adjazenzmatrizen von G und H ist. Folgern Sie, dass $\varepsilon(G) \cdot \varepsilon(H) = \varepsilon(G \otimes H)$ gilt. (4 Punkte)

Aufgabe 3.3. Sei G ein Graph mit mindestens einer Kante. Zeigen Sie, dass die Graphen $G \otimes K_2 \otimes K_2$ und $G \otimes C_4$ die gleiche Energie haben, aber nicht isomorph sind. (4 Punkte)

Aufgabe 3.4. Sei T ein Baum mit Adjazenzmatrix A . Zeigen Sie, dass A total unimodular ist. (4 Punkte)