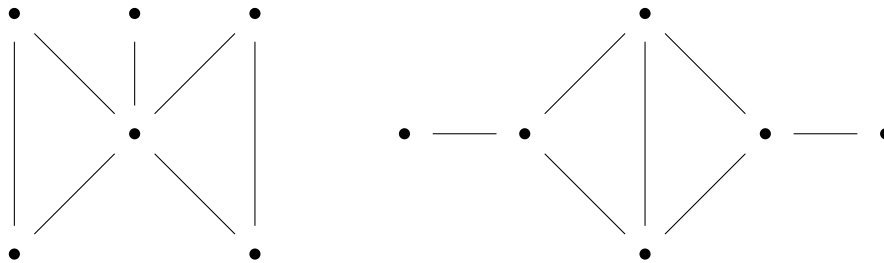


2. Übungsblatt

Aufgabe 2.1. Zeigen Sie, dass die folgenden Graphen die gleichen Eigenwerte haben, aber nicht isomorph sind: (4 Punkte)



Aufgabe 2.2. Zeigen Sie, dass $\det(A(K_4)) = -3$ gilt, indem Sie Theorem 3.8 benutzen. (4 Punkte)

Aufgabe 2.3. Sei G ein Graph. Wir bezeichnen mit A die Anzahl der Paare von disjunkten Kanten und B die Anzahl der 4-Zykel in G . Zeigen Sie, dass die Konstante c_4 in Theorem 3.10 gerade durch $A - 2B$ gegeben ist. (4 Punkte)

Aufgabe 2.4. Sei G ein planarer Graph mit n Knoten und seien $\lambda_1(G) \geq \dots \geq \lambda_n(G)$ die Eigenwerte der Adjazenzmatrix von G . Zeigen Sie, dass $\lambda_1(G) \leq -3\lambda_n(G)$ gilt. (4 Punkte)

Hinweis: Benutzen Sie folgende Aussagen ohne Beweis:

Theorem. Jeder planare Graph ist 4-färbbar.

Lemma. Sei B eine symmetrische Blockmatrix der Form

$$\begin{pmatrix} 0 & B_{12} & \dots & B_{1k} \\ B_{21} & 0 & \dots & B_{2k} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ B_{k1} & B_{k2} & \dots & 0 \end{pmatrix}$$

und seien $\lambda_1(B) \geq \dots \geq \lambda_n(B)$ die Eigenwerte von B . Dann gilt $\lambda_1(B) + (k-1)\lambda_n(B) \leq 0$.