Wintersemester 2019/2020 | Prof. Hans Simon
Algebraische Graphentheorie | Leon Barth
Abgabe: 17.10.19

1. Übungsblatt

Aufgabe 1.1. Sei G ein gerichteter Graph und sei B eine invertierbare $k \times k$-Untermatrix von $Q = Q(G)$. Zeigen Sie, dass genau eine Permutation σ der Menge $\{1, \dots, k\}$ existiert, sodass $b_{1\sigma(1)} \cdots b_{k\sigma(k)}$ ungleich 0 ist. Gilt dies auch für die 0-1-Inzidenzmatrix? (4 Punkte)

Aufgabe 1.2. Sei G ein zusammenhängender gerichteter Graph mit Knoten $1, \dots, n$ und Kanten $e_1, \dots, e_m$. Sei Q die Inzidenzmatrix und y ein $n \times 1$-Vektor mit genau einem Eintrag 1, einem Eintrag -1 und sonst allen Einträgen 0. Zeigen Sie, dass ein $m \times 1$-Vektor mit Einträgen aus $\{-1, 0, 1\}$ existiert, sodass $Qx = y$. Was bedeutet dies? (4 Punkte)

Aufgabe 1.3. Sei G ein gerichteter Graph, sodass der zugrundeliegende ungerichtete Graph K_n ist. Bestimmen Sie Q^+, wobei $Q = Q(G)$ die Inzidenzmatrix ist. (4 Punkte)

Hinweis: Schauen Sie sich erst den Fall $n = 3$ *oder* $n = 4$ *an.*

Aufgabe 1.4. Sei M die 0-1-Inzidenzmatrix eines Graphen G. Zeigen Sie, dass falls M total unimodular ist, dann ist G bipartit. (4 Punkte)