

Einführung in die Numerik Aufgabenblatt 2

Abgabe in der Vorlesung am **Dienstag, dem 29. April 2008**

1. (4 Punkte)

Zeigen Sie, dass für $X := C^1(\mathbb{R}, \mathbb{R})$, $V := P_3$ und

$$\ell_1(f) = f(-1), \quad \ell_2(f) = f'(-1), \quad \ell_3(f) = f'(1), \quad \ell_4(f) = f(2)$$

das Interpolationproblem nicht wohlgestellt ist.

2. (4 Punkte)

Sei $f(x) = \cos(x)$ gegeben. Wir betrachten die rationale Approximation

$$r(x) = \frac{a_0 + a_2 x^2 + a_4 x^4}{1 + b_2 x^2},$$

die Padé-Approximation genannt wird. Unter Verwendung der Reihenentwicklung

$$\cos(x) = 1 - \frac{x^2}{2!} + \frac{x^4}{4!} - \frac{x^6}{6!} + \dots$$

bestimme man die Koeffizienten a_0, a_2, a_4 und b_2 von r so, dass

$$f(x) - r(x) = \gamma_8 x^8 + \gamma_{10} x^{10} + \dots$$

gilt.

3. (4 Punkte)

Für die Funktion $f \in C^n(\mathbb{R}, \mathbb{R})$ ist das Interpolationspolynom $H_n f \in P_n$ durch die Bedingungen

$$(H_n f)^{(k)}(x_0) = f^{(k)}(x_0), \quad k = 0, \dots, n,$$

bestimmt. Zeigen Sie, dass

$$(H_n f)(x) = \sum_{j=0}^n \frac{f^{(j)}(x_0)}{j!} (x - x_0)^j$$

gilt. Das gesuchte Interpolationspolynom ist also das Taylor-Polynom.

4. (4 Punkte)

Wir betrachten die Funktion

$$f(x) = \frac{1}{1+x^2}$$

und den interpolierenden, natürlichen, kubischen Spline s zu f und den Knoten $-2, -1, 0, 1$ und 2 . Geben Sie den Spline auf dem Intervall $[-1, 0]$ an und berechnen Sie damit $s(-1/2)$.

Modulprüfungen für Bachelor/Master-Studiengänge

Modus: mündliche Prüfung, 30 Minuten

Benotung: $0,8 \cdot$ mündliche Prüfung $+ 0,2 \cdot$ Übungsaufgaben

Noten für Übungsaufgaben:

		erreichte Punkte	<	80	Note 5
80	\leq	erreichte Punkte	<	96	Note 4
96	\leq	erreichte Punkte	<	112	Note 3
112	\leq	erreichte Punkte	<	128	Note 2
128	\leq	erreichte Punkte			Note 1

Es werden mindestens 160 Punkte vergeben.

unbenoteter Übungsschein: mindestens 80 Punkte

Prüfungstermine: direkt nach Vorlesungsende und vor Beginn des Wintersemesters, genaue Termine werden im Laufe des Semesters angegeben.

Erreichbarkeit

E-Mail: Gunar.Matthies@rub.de

Tel.: (0234)32 23244

Web: www.rub.de/jpnum

Sprechstunden

G. Matthies	Mi	13–14 und n. V.	NA 2/69
K. Schüler (Korrektur)	Fr	14–15	NA 3/51
K. Schaffert (Korrektur)	Fr	14–15	NA 3/51

Literatur

- P. Deuffhard, A. Hohmann: Numerische Mathematik, de Gruyter;
- G. Hämmerlin, K.-H. Hoffmann: Numerische Mathematik, Springer Grundwissen Mathematik, Bd. 7;
- J. Stoer, R. Bulirsch: Numerische Mathematik I+II, Springer Lehrbuch;
- A. Quarteroni, R. Sacco, F. Saleri: Numerische Mathematik, Springer.