Ruhr-Universität Bochum
Fakultät für Mathematik
Jun.-Prof. Dr. G. Matthies

8. April 2008

Einführung in die Numerik
Aufgabenblatt 1

Abgabe in der Vorlesung am Donnerstag, dem 24. April 2008

1. (4 Punkte)
   Beweisen Sie die folgenden Aussagen.

   a) Für die Lagrangeschen Grundpolynome λ_i, $i = 0, \ldots, n$, zu den Knoten $x_0, \ldots, x_n$ ist die Beziehung
   $$\sum_{i=0}^{n} \lambda_i(x) \equiv 1$$
   erfüllt. (2 Punkte)

   b) Es gilt
   $$\sum_{i=0}^{n} \lambda_i(0)\, x_i^j = 0, \qquad j = 1, 2, \ldots, n.$$
   Hinweis: Fassen Sie die linke Seite als Interpolationspolynom auf, das an der Stelle $x = 0$ ausgewertet wird. (2 Punkte)

2. (4 Punkte)
   Man werte das Interpolationspolynom zu den Stützstellen (0, 0), (1, 1), (2, 5) und (3, 14) mit dem Neville-Aitken-Algorithmus an den Stellen $x^* = 3/2$ und $x^{**} = 5/2$ aus.

3. (4 Punkte)
   Bekanntlich ist
   $$p(n) := \sum_{k=1}^{n} k^3$$
   ein Polynom vierten Grades. Verwenden Sie die Werte in fünf aufeinander folgenden Knoten, um das Polynom p unter Ausnutzung der Newtonschen Interpolationsformel zu bestimmen.

4. (4 Punkte)
   Sei $f(x) = g(x)h(x)$ für alle $x \in \mathbb{R}$. Zeigen Sie, dass für die dividierten Differenzen von f, g und h der Zusammenhang
   $$f[x_0, \ldots, x_n] = \sum_{j=0}^{n} g[x_0, \ldots, x_j]h[x_j, \ldots, x_n]$$
   gilt.