

6. Aufgabenblatt zur Statistik I

Abgabe bis 10. Juni 2008

1. Aufgabe (4 Punkte):

Mit $\mathcal{U}_{[0,\vartheta]}$ sei die Gleichverteilung auf $[0, \vartheta]$ bezeichnet. Bestimmen Sie im statistischen Produktmodell $(\mathbb{R}^n, \mathcal{B}^n, \mathcal{U}_{[0,\vartheta]}^{\otimes n} : \vartheta > 0)$ die Gütefunktion des Tests mit Annahmehereich

$$\left\{ \frac{1}{2} < \max\{X_1, \dots, X_n\} \leq 1 \right\}$$

für das Testproblem $H_0 : \vartheta = 1$ gegen $H_1 : \vartheta \neq 1$.

2. Aufgabe (4 Punkte):

In einer Sendung von 20 Geräten befindet sich eine unbekannte Anzahl fehlerhafter Geräte, wobei der Fehler nur durch eine zu kostenintensive Kontrolle festgestellt werden kann. Ein Abnehmer geht nun wie folgt vor: Er prüft 7 Geräte. Sind alle einwandfrei, so nimmt er die Sendung an, sonst lässt er sie zurückgehen. Beschreiben Sie das Verfahren theoretisch und bestimmen Sie das effektive Niveau des Testverfahrens. Wie viele Geräte müssen überprüft werden, wenn die Wahrscheinlichkeit für eine irrtümliche Annahme der Sendung kleiner gleich 0.1 sein soll?

3. Aufgabe (4 Punkte):

Geben Sie in den beiden folgenden Fällen einen besten Test für $H_0 : P = P_0$ gegen $H_1 : P = P_1$ zum Niveau $\alpha \in (0, 1/2)$ an:

(a) $P_0 = \mathcal{U}_{(0,2)}$ und $P_1 = \mathcal{U}_{(1,3)}$.

(b) $P_0 = \mathcal{U}_{(0,2)}$, P_1 hat die Dichtefunktion $\varrho_1(x) = x1_{(0,1]}(x) + \frac{1}{2}1_{[1,2)}(X)$.

4. Aufgabe (4 Punkte):

Bei einer Razzia findet die Polizei bei einem Glücksspieler eine Münze, von der ein anderer Spieler behauptet, dass "Adler" mit einer Wahrscheinlichkeit von $p = 0.8$ statt mit $p = 0.5$ erscheint. Aus Zeitgründen kann die Münze nur $n = 15$ Mal überprüft werden. Stellen Sie die Hypothese und Alternative gemäß dem Rechtsgrundsatz *In dubio pro reo* auf und geben Sie einen zugehörigen besten Test zum Niveau $\alpha = 0.01$ an.