

3. Aufgabenblatt zur Statistik I

Abgabe bis 6. Mai 2008

1. Aufgabe (8 Punkte): (*Randomized Response*)

Bei heiklen Themen und Umfragen dazu verwendet man ein Befragungs-Modell, welches man mit *unrelated question model* bezeichnet. Man möchte z.B. die Frage *Nehmen Sie harte Drogen ?* stellen, erhält aber in der Regel nicht korrekte Antworten. Daher geht man wie folgt vor: Ein Stapel Fragekarten ist zur Hälfte mit der heiklen Frage *A* und zur Hälfte mit einer harmlosen Frage *B* beschriftet, welche nichts mit Frage *A* zu tun hat (*Haben Sie heute schon gefrühstückt?*). Der Interviewer lässt den Befragten die Karten mischen, eine Karte verdeckt ziehen und die darauf gestellte Frage beantworten. Die untersuchte Personengruppe enthalte einen bekannten Anteil p_B der Personen, welche Frage *B* bejahen (Frühstücker). Sei $\vartheta = p_A$ die Wahrscheinlichkeit, mit der die heikle Frage bejaht wird. Es werden n Personen unabhängig befragt. Geben Sie das statistische Modell an und geben Sie einen besten Schätzer für ϑ an. Bestimmen Sie dessen Varianz.

2. Aufgabe (8 Punkte):

Berechnen Sie in der Situation von Aufgabe 4, Blatt 1, die Varianzen $\mathbb{V}_\vartheta(M)$ und $\mathbb{V}_\vartheta(T)$. Welchen Schätzer sollte man zur Benutzung empfehlen?

Hinweis: Bestimmen Sie für $n \geq 3$ und $\vartheta = 1/2$ zunächst die gemeinsame Verteilungsdichte von $\min_{1 \leq i \leq n} X_i$ und $\max_{1 \leq i \leq n} X_i$. Dann bestimmen Sie die Verteilungsdichte von T .