

## 10. Aufgabenblatt zur Statistik I

Abgabe bis 8. Juli 2008

### 1. Aufgabe (4 Punkte):

Ein Algorithmus zur Erzeugung von Pseudozufallszahlen soll getestet werden. Dazu lässt man ihn etwa  $n = 10000$  Ziffern aus  $\{0, 1, \dots, 9\}$  erzeugen. Ein Versuch ergab die folgenden absoluten Häufigkeiten:

Ziffer	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Häufigkeit	1007	987	928	986	1010	1029	987	1006	1034	1026

Führen Sie zum Niveau  $\alpha = 0.05$  einen  $\chi^2$ -Anpassungstest auf Gleichverteilung durch.

### 2. Aufgabe (4 Punkte):

Bei der Notengebung wird Lehrern gern vorgeworfen, sie neigten dazu, Extremurteile zu vermeiden. In einem Kurs erzielten 13 Schüler folgende Durchschnittsnoten:

1.58 2.84 3.52 4.16 5.36 2.01 3.03 3.56 4.19 2.35 3.16 3.75 4.60

Angenommen, diese Durchschnittswerte seien kontinuierlich verteilt. Prüfen Sie zum Niveau  $\alpha = 0.05$  mit dem  $\chi^2$ -Anpassungstest die Nullhypothese, dass obige Daten  $\mathcal{N}_{3.5,1}$ -verteilt sind. Unterteilen Sie dabei die relativen Häufigkeiten in die sechs Gruppen

$(-\infty, 1.5)$ ,  $(1.5, 2.5)$ ,  $(2.5, 3.5)$ ,  $(3.5, 4.5)$ ,  $(4.5, 5.5)$ ,  $(5.5, \infty)$ .

### 3. Aufgabe (4 Punkte):

Der Einfluss von Vitamin C auf die Erkältungshäufigkeit soll getestet werden. Dazu werden 200 Versuchspersonen zufällig in zwei Gruppen geteilt, von denen die eine jeweils eine bestimmte Dosis Vitamin C und die andere ein Placebo erhält. Es ergeben sich die folgenden Daten:

Erkältungshäufigkeiten	geringer	größer	unverändert
Kontrollgruppe	39	21	40
Behandlungsgruppe	51	20	29

Testen Sie zum Niveau 0.05 die Nullhypothese, dass Vitamin-Einnahmen und Erkältungshäufigkeiten nicht voneinander abhängen.

Bitte wenden

**4. Aufgabe (4 Punkte):** (*Fishers exakter Test auf Unabhängigkeit*)

Betrachten Sie die Situation aus Kapitel 10 mit  $A = B = \{1, 2\}$ . Zum Beispiel kann  $A$  für zwei medizinische Therapien stehen und  $B$  dafür, ob ein Heilerfolg eintritt oder nicht. Zeigen Sie:

(a) Genau dann gilt  $\vartheta = \vartheta^A \otimes \vartheta^B$ , wenn  $\vartheta(11) = \vartheta^A(1) \vartheta^B(1)$ .

(b) Für alle  $n \in \mathbb{N}$ ,  $k, n_A, n_B \in \mathbb{Z}_+$  und  $\vartheta \in \Theta_0$  gilt

$$P_{\vartheta}(h_n(11) = k | h_n^A(1) = n_A, h_n^B(1) = n_B) = \mathcal{H}_{n_B, n_A, n - n_A}(\{k\}) = \mathcal{H}_{n_A, n_B, n - n_B}(\{k\}).$$

Wie würden Sie nun vorgehen, um zu einem vorgegebenen Niveau  $\alpha$  einen Test der Hypothese  $H_0 : \vartheta = \vartheta^A \otimes \vartheta^B$  gegen die Alternative  $H_1 : \vartheta \neq \vartheta^A \otimes \vartheta^B$  zu entwickeln?