Vorwort zur ersten Auflage

Das vorliegende Buch über Analysis einer reellen Veränderlichen ist der erste Teil unseres Lehrbuchs der Mathematik, das den Stoff des Mathematik-Grundstudiums für Mathematiker, Physiker und Informatiker darstellen soll. Wir glauben aber, daß auch Studierende anderer Fachrichtungen wie zum Beispiel der Geophysik, Astronomie oder Elektrotechnik daraus Gewinn ziehen können ebenso wie Lehrende und Lernende an höheren Schulen.

Das Lehrbuch ist aus Vorlesungen für Studenten der Physik und Geophysik hervorgegangen, die wir mehrere Male in Bochum gehalten haben, und erschien zunächst (ab 1984/85) als Vorlesungsausarbeitung. Es umfaßt insgesamt vier Bände, die den vier Semestern einer Vorlesung über Mathematik für Physiker entsprechen. Der zweite Band behandelt die Lineare Algebra, im dritten gehen wir auf die Analysis mehrerer Veränderlicher einschließlich der Integrationstheorie ein und beschäftigen uns im letzten Band mit der Analysis auf Mannigfaltigkeiten, Funktionentheorie und Funktionalanalysis. Wir haben versucht, die einzelnen Bände so zu gestalten, daß sie weitgehend unabhängig voneinander gelesen werden können, bemühen uns jedoch, die vielfältigen Zusammenhänge und gegenseitigen Abhängigkeiten der mathematischen Teilgebiete zu nutzen. Eine konzise Darstellung ist auch aus ökonomischen Gründen geboten, um den hohen Anforderungen an Strenge und Umfang der mathematischen Ausbildung des angesprochenen Leserkreises in der zur Verfügung stehenden Zeit gerecht werden zu können. Auf größtmögliche Allgemeinheit legen wir weniger Wert, wichtiger sind uns vielmehr Beispiele und Anwendungen.

Für die Analysis einer reellen Veränderlichen, den Hauptgegenstand dieses ersten Bandes, hat sich vor über hundert Jahren ein Stoffkanon herausgebildet, der seither kaum verändert wurde und dem auch wir im großen und ganzen folgen. Wurde anfangs der mathematischen Strenge geringere Beachtung geschenkt, so änderte sich dies um die Jahrhundertwende, insbesondere bei der Beschreibung der reellen Zahlen. So sind etwa die „Grundzüge der Differential- und Integralrechnung" von G. Kowalewski (1908) und der noch immer erhältliche „Mangoldt-Knopp" (ab 1911 zunächst von H. Mangoldt allein herausgebracht) in diesem Sinne modern. [1]) Mit dem Aufkommen der Computer gewannen dann numerische Gesichtspunkte eine größere Bedeutung. Auch spielen heute die komplexen Zahlen in der reellen Analysis schon früh eine Rolle.

---

[1]) Für die Analysis in mehreren Veränderlichen wurde erst später (parallel zur Entwicklung der Topologie und der Linearen Algebra) eine befriedigende Darstellung gefunden.

Wir beginnen diesen Band mit einem Überblick über die von uns verwendeten mengentheoretischen Sprechweisen sowie einer knappen Einführung in die elementare Kombinatorik und Zahlentheorie. Da wir uns als Hilfsmittel für numerische Aufgaben einen programmierbaren Taschenrechner oder einen Tischrechner vorstellen, welche in der Regel BASIC verstehen, schließen wir eine kurze Beschreibung dieser Sprache an Hand von Programmbeispielen an.

Nach der axiomatischen Grundlegung der reellen Zahlen und der Konstruktion der komplexen Zahlen beginnt dann die eigentliche Analysis mit dem zentralen Begriff der Konvergenz. Im Zusammenhang mit dem Umordnen von Reihen benutzen wir konsequent den Summierbarkeitsbegriff, der erhebliche methodische Vorteile bietet, da er das häufig unangemessene Numerieren der Summanden überflüssig macht und mit dem Großen Umordnungssatz schnell ein vielseitig einsetzbares Werkzeug an die Hand gibt.

Das Kapitel III über elementare Wahrscheinlichkeitsrechnung kann ohne weiteres beim ersten Lesen überschlagen werden. [2]) Die nötigen Grundbegriffe lassen sich bereits an dieser Stelle einführen; da wir zum Durchrechnen von Beispielen mehrfach Ergebnisse und Methoden späterer Kapitel heranziehen, läßt es sich ebenso gut ans Ende des Kurses stellen.

Die Kapitel IV, V und VI über Stetigkeit, Differentiation und Integration bilden den Kern des Bandes. Von Anfang an betonen wir das Rechnen mit Potenzreihen und führen schon im vierten Kapitel die analytischen Funktionen (auch mit komplexen Argumenten) ein, zu denen (fast) alle wichtigen speziellen Funktionen gehören. Die Differentiationsregeln behandeln wir gleich für Funktionen einer reellen oder komplexen Variablen, verfolgen dann jedoch nur noch die Theorie der Funktionen einer reellen Veränderlichen; der Wertebereich darf allerdings in der Regel weiterhin komplex sein. Wichtig ist im fünften Kapitel unter anderem die Taylor-Formel mit ihren Verallgemeinerungen und den einschlägigen Algorithmen zur Interpolation. Generell legen wir Gewicht auf sorgfältiges Rechnen mit Näherungen.

Im Kapitel VI über Integration haben wir den Begriff der Stammfunktion an den Anfang gestellt. Auf den Zusammenhang mit Flächenberechnungen (Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung) gehen wir kurz ein, die eigentliche (Lebesguesche) Integrationstheorie folgt aber erst in Band 3. Insbesondere verzichten wir auf die Einführung des heute überflüssigen Riemann-Integrals. Ausführlicher betrachten wir uneigentliche Integrale (unter anderem die Γ-Funktion und elliptische Integrale), außerdem bringen wir die auch für numerische Probleme wichtige Eulersche Summenformel und wenden sie unter anderem auf das Romberg-Verfahren zur numerischen Integration an. Der Band schließt mit der Untersuchung einfacher Differentialgleichungen. Es sind dies die Differentialgleichungen mit getrennten Variablen und die linearen Differentialgleichungen erster Ordnung sowie beliebiger

---

[2]) Kenntnisse aus der Stochastik, wozu auch die erst im dritten Band besprochenen stetigen Verteilungen und die Statistik gehören, sind für Informatiker, Physiker und andere Anwender aber unerläßlich.

Ordnung mit konstanten Koeffizienten. Dazu wird eine Vielzahl von Beispielen aus verschiedenen Bereichen diskutiert.

Den einzelnen Abschnitten sind zahlreiche Aufgaben angefügt. Bei den etwas schwierigeren Übungen sorgen Hinweise dafür, daß die Lösungen ohne weitere Kunstgriffe gefunden werden können. Obwohl nur die ausgiebige Beschäftigung mit den Beispielen und vor allem mit den Aufgaben ein Aneignen des Stoffes ermöglicht, erwarten wir nicht, daß der Leser alle gestellten Probleme bearbeitet. Häufig werden mehrere Aufgaben ähnlichen Typs gegeben, um zusätzliches Material für Tafelübungen zur Verfügung zu stellen. Schließlich sei darauf hingewiesen, daß manche der umfangreicheren Beispiele – und sogar ganze Abschnitte – als Themen für Proseminare geeignet sind.

Gelegentlich machen wir Vorgriffe auf spätere Abschnitte, so etwa bei der Benutzung trigonometrischer Funktionen zur Einführung der Polarkoordinaten. Der Lernende sollte sich nicht scheuen, die aus dem Schulunterricht bekannten elementaren Funktionen und andere Grundkenntnisse früh heranzuziehen, um seine Vorstellungen zu entwickeln und interessante Beispiele zu gewinnen, Lücken in der Argumentation dabei aber im Bewußtsein behalten.

Frau Chr. Kiepul hat das ursprüngliche Schreibmaschinenskript angefertigt, und Herr stud. math. P. Scherer hat die Druckvorlagen im TEX-System erstellt, wobei er von Frau Kiepul unterstützt wurde. Ihnen beiden gilt unser herzlicher Dank für ihre Geduld und ihre sorgfältige Arbeit. Ferner danken wir Herrn Dr. O. Schafmeister für eine Reihe von Übungsaufgaben und Herrn Dr. A. Skirde für kritische Bemerkungen sowie Herrn Dipl. Math. N. Schwarz im Rechenzentrum der Ruhr-Universität Bochum für die geleistete technische Hilfe.

Bochum, im Oktober 1988 Uwe Storch, Hartmut Wiebe

Vorwort zur zweiten Auflage

Die vorliegende zweite, nunmehr bei Spektrum Akademischer Verlag erscheinende Auflage unseres Lehrbuchs der Analysis einer Veränderlichen ist gegenüber der ersten, im BI-Wissenschaftsverlag erschienenen, berichtigt und in manchen Punkten erweitert worden. Insbesondere werden analytische Funktionen insoweit behandelt, wie das ohne Kurven-Integrale leicht möglich ist. Das bisher schon vielfältige Beispiel- und Aufgabenmaterial ist umfangreicher geworden. Dies betrifft unter anderem das Rechnen mit Potenzreihen, die Untersuchung spezieller analytischer Funktionen und zusätzliche Beispiele zu den Differentialgleichungen.

Wir möchten noch einmal darauf hinweisen, daß das Buch nicht nur den von uns vorgetragenen Vorlesungsstoff des ersten Semesters wiedergibt, sondern auch Ergänzungen für Übungen und Proseminare bieten will. Außerdem hoffen wir, daß der Leser durch die zahlreichen Anwendungen der sonst eher dürren Materie zu einer weitergehenden Beschäftigung mit den Dingen motiviert wird.

Beide Auflagen können ohne weiteres nebeneinander benutzt werden. Die Numerierungen der ersten Auflage wurden vollständig übernommen. Durch die Erweiterungen, die verbesserte Satztechnik und den Wechsel zum neuen Verlag, dem wir für die schnelle Herausgabe der zweiten Auflage danken, ist das Buch freilich doch ein neues geworden.

Herr P. Scherer hat uns wieder bei der technischen Vorbereitung unterstützt. Herr Dr. A. Hennings hat Korrekturen gelesen und dabei wesentliche Verbesserungen angeregt. Beiden gilt unser herzlicher Dank.

Bochum, im September 1995 Uwe Storch, Hartmut Wiebe

Vorwort zur dritten Auflage

In der neuen Auflage wurden Fehler berichtigt und einige kleinere Ergänzungen vorgenommen. Die größte Änderung betrifft die Umstellung des Paragraphen 3 auf die Programmiersprache C an Stelle von BASIC, wobei wir wiederum nur die Grundlagen für ein Programmieren mathematischer Algorithmen darstellen. Bei der Neufassung dieses Paragraphen hat uns Herr cand. inf. Tobias Storch wesentlich geholfen, dem wir dafür herzlich danken.

Bochum, im November 2002 Uwe Storch, Hartmut Wiebe

Uwe.Storch@ruhr-uni-bochum.de
Hartmut.Wiebe@ruhr-uni-bochum.de

Inhaltsverzeichnis

III Wahrscheinlichkeitsrechnung

IV Stetigkeit

V Differenziation