Korrekturen und Ergänzungen zu
Storch/Wiebe: Lehrbuch der Mathematik Band 2, 2. Aufl. (Version 2010)

Band 2, 2. Aufl. (Version 2010)**, 3.A**, p. 85 (1.4.2012)

In der 3. Zeile ersetze man "$i \in I$" durch "$i \in J$".

Band 2, 2. Aufl. (Version 2010)**, 4.B**, p. 50 (1.10.2012)

In der 9./10. Zeile von unten auf Seite 50 ersetze man "der kleinste Unterraum" durch "der kleinste affine Unterraum".

Band 2, 2. Aufl. (Version 2010)**, 5.D, Aufg. 12b)**, p. 85 (1.9.2011)

In der ersten Zeile der Aufgabe ersetze man $\big(f(n\pi/\eta_0)\big)_{n\in\mathbb{N}}$ durch $\big(f(n\pi/\eta)\big)_{n\in\mathbb{N}}$.

Band 2, 2. Aufl. (Version 2010)**, 5.F, Aufg. 13b)**, p. 95 (1.10.2011)

Die Formel in der zweiten Zeile der Aufgabe muss lauten " $\mathrm{id}_V = \sum_H p_H q_{H'}$ " statt " $\mathrm{id}_V = \sum_H p_H q_H$ ".

Band 2, 2. Aufl. (Version 2010)**, 6.A, Aufg. 4**, p. 117 (1.4.2011)

Am Ende der Aufgabe ersetze man "Aufg. 14" durch "Aufg. 15a) ".

Band 2, 2. Aufl. (Version 2010)**, Abschnitt 7.B**, p. 168 (1.4.2011)

Im letzten Satz auf S. 168 ersetze man "Beispiele 2.B.17 und 2.B.18" durch "Beispiele 2.B.18 und 2.B.19".

Band 2, 2. Aufl. (Version 2010)**, 8.A, Aufg. 18)**, p. 185 (1.5.2011)

Man ersetze die erste Zeile der Aufgabe durch "Für alle $a \in K^\times$ und alle $m \in \mathbb{Z}$ ist in $\mathrm{M}_n(K)$ ".

Band 2, 2. Aufl. (Version 2010)**, 8.A, Aufg. 20b)**, p. 185 (1.5.2011)

Den zweiten Satz in der Klammer am Ende der Teilaufgabe ersetze man durch: Es ist $n \neq 0$. Andernfalls wäre $n = mp$ mit $p = \mathrm{Char}\, K > 0$ und $\zeta^n - 1 = \zeta^{mp} - 1 = (\zeta^m - 1)^p$ und daher bereits $\zeta^m = 1$.

Band 2, 2. Aufl. (Version 2010)**, 8.A, Aufg. 24)**, p. 185 (1.5.2011)

Zu Beginn der Aufgabe schreibe man " $\mathfrak{v}' = (v_i')_{i\in I}$ " statt " $\mathfrak{v}' = (v_i)_{i\in I}$ ".

Band 2, 2. Aufl. (Version 2010)**, 9.B, Aufg. 9**, p. 222, (1.4.2011)

In der zweiten Zeile der Aufgabe ersetze man "$x_0 \cdots x_{n+1}$" durch "$x_0 \cdots x_n$".

Band 2, 2. Aufl. (Version 2010)**, Abschnitt 10.A**, p. 274 (1.4.2011)

Am Ende des dritten Absatzes nach dem Beweis von 10.A.30 ersetze man den Satz

"Dies folgt aber aus $F' = -1$ und $F'(a) = -1 \neq 0$ für alle Nullstellen a von F, vgl. Aufg. 7c)."

durch den Satz

"Dies folgt aber aus $F' = -1$ und $F'(a) = -1 \neq 0$ für alle Nullstellen a von F (vgl. Aufg. 7c)) oder auch direkt aus $X^{p^m} - X = (X^{p^m} - a^{p^m}) - (X-a) = (X-a)^{p^m} - (X-a) = (X-a)\big((X-a)^{p^m-1} - 1\big)$."

Band 2, 2. Aufl. (Version 2010)**, 10.A, Aufg. 1, 2, 3**, p. 277f (1.9.2011)

Man ersetze die Aufgaben 1, 2, 3 durch die folgenden Aufgaben (wobei Aufg. 3 neu ist):

1. a) Man bestimme den größten gemeinsamen Teiler der Polynome $F, G \in \mathbb{Q}[X]$ und stelle diesen als Linearkombination $SF + TG$, $S, T \in \mathbb{Q}[X]$, dar:

$$F := X^4 + X^2 + 1\,, \quad G := X^2 + X + 1\,;$$
$$F := 3X^4 + \frac{3}{2}X^3 + \frac{7}{2}X^2 + 2X + 2\,, \quad G := 2X^2 + X + 1\,;$$
$$F := 2X^3 - 4X^2 + X - 2\,, \quad G := X^3 - X^2 - X - 2\,;$$
$$F := X^5 + X - 1\,, \quad G := X^5 - X^4 + 2X^3 + 1\,.$$

b) Für die folgenden Polynome gebe man die normierte Primfaktorzerlegung jeweils in $\mathbb{Q}[X]$, $\mathbb{R}[X]$ und $\mathbb{C}[X]$ an: $X^4 - 5$; $X^4 + 5$; $X^4 + 4$; $X^4 + X^2 + 1$; $X^3 - 2X^2 + 2X - 1$; $X^5 + 2X^4 + 2X^3 + 4X^2 + X + 1$. (Die so genannte Sophie-Germain-Identität $X^4 + 4 = (X^2 + 2X + 2)\,(X^2 - 2X + 2)$ oder homogen $X^4 + 4Y^4 = (X^2 + 2XY + 2Y^2)\,(X^2 - 2XY + 2Y^2)$ sollte man sich merken.)

2. Sei K ein Körper mit $\mathrm{Char}\,K \neq 2$. Ein Polynom $F = X^2 + pX + q$ ist genau dann irreduzibel in $K[X]$, wenn $p^2 - 4q$ kein Quadrat in K ist. (Vgl. Bd. 1, Beispiel 5.A.4.)

3. Seien $F, G \in \mathbb{Q}[X]$ nichtkonstante teilerfremde Polynome über $\mathbb{Q}$. Dann ist $\{\,\mathrm{ggT}\,\big(F(a)\,, G(a)\big) \mid a \in \mathbb{Z}\}$ eine endliche Menge. Insbesondere gibt es nur endlich viele $a \in \mathbb{Z}$, für die die Werte $F(a)/G(a)$ der rationalen Funktion $F/G \in \mathbb{Q}(X) - \mathbb{Q}[X]$ definiert und ganzzahlig sind. Man gebe auch einen Algorithmus an, um diese Zahlen a zu bestimmen. (Lemma 10.A.5 von Bezout – Für den Zusatz kann man $\mathbb{Q}$ bzw. $\mathbb{Z}$ ersetzen durch einen Körper K und einen Unterring $A \subseteq K$, für den jedes Element $a \in A - \{0\}$ nur endlich viele Teiler in A besitzt und dessen Quotientenkörper $\mathrm{Q}(A) := \{a/b \mid a, b \in A, b \neq 0\}$ gleich K ist. – Die ursprüngliche Aussage lässt sich auf faktorielle Ringe verallgemeinern, vgl. Aufg. 30b). Dabei ist der ggT als Element des Restklassenmonoids $A/A^\times$ aufzufassen.)

Band 2, 2. Aufl. (Version 2010)**, 10.A, Aufg. 9)**, p. 279 (1.4.2012)

Man füge im Anschluss an die freigestellte Formel die folgende Klammerbemerkung hinzu:

(> 0 wegen $\sum_{d|m,\, d\neq m} q^d \leq \sum_{k=1}^{m-1} q^k = (q^m - q)/(q-1) < q^m$)

Band 2, 2. Aufl. (Version 2010)**, 10.A, Aufg. 17c)**, p. 281 (1.4.2011)

Man ersetze die Teilaufgabe durch:

c) Für $a \in K$ ist das Minimalpolynom von $x + a$ gleich $\mu_x(X - a)$ und, falls $a \neq 0$, dasjenige von ax gleich $a^n \mu_x(X/a)$.

Band 2, 2. Aufl. (Version 2010)**, 11.B, Aufg. 23b)**, p. 325 (1.10.2011)

In der zweiten Zeile dieser Aufgabe ersetze man den Teil " $v_k := {}^t\big(1\,, \zeta_n^k\,, \zeta_n^{2k}\,, \ldots, \zeta_n^{(n-1)k}\big)$, " durch " $v_k := {}^t\big(\zeta_n^{(n-1)k}, \zeta_n^{(n-2)k}, \ldots, \zeta_n^k, 1\big)$ ", d.h. man lese den Vektor von unten nach oben.

Band 2, 2. Aufl. (Version 2010)**, 11.A, Aufg. 12**, p. 307 (1.10.2011)

Man ändere die Aufgabe in der folgenden Weise ab:

12. Seien f und g vertauschbare Operatoren auf dem K-Vektorraum V mit $\mathrm{Dim}_K V = n, n \in \mathbb{N}$, der Operator g sei nilpotent. Dann gilt $\chi_{f+g} = \chi_f$ und insbesondere $\mathrm{Det}\,(f + g) = \mathrm{Det}\, f$ sowie $\mathrm{Sp}\,(f + g) = \mathrm{Sp}\, f$. (Es genügt, die entsprechende Aussage für $n \times n$-Matrizen $\mathfrak{A}$ und $\mathfrak{B}$ mit $\mathfrak{A}\mathfrak{B} = \mathfrak{B}\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$ nilpotent, zu zeigen. Dafür ist $X\mathfrak{E}_n - \mathfrak{A}$ invertierbar und $(X\mathfrak{E}_n - \mathfrak{A})^{-1}\mathfrak{B}$ nilpotent in $\mathrm{M}_n(K(X))$. Ferner gilt

$$X\mathfrak{E}_n - (\mathfrak{A} + \mathfrak{B}) = (X\mathfrak{E}_n - \mathfrak{A})\,\big(\mathfrak{E}_n - (X\mathfrak{E}_n - \mathfrak{A})^{-1}\mathfrak{B}\big)\,.)$$

Band 2, 2. Aufl. (Version 2010)**, 11.A, Aufg. 30b)**, p. 310 (1.4.2011)

Die ersten beiden Sätze der Teilaufgabe ersetze man durch den folgenden Satz:

Seien $p_1, \ldots, p_r$ Projektionen von V mit $p_1 + \cdots + p_r = \mathrm{id}_V$ und sei $\mathrm{Char}\,K = 0$ oder $\mathrm{Char}\,K > \sum_{i=1}^r \mathrm{Rang}\, p_i - \mathrm{Dim}_K V$.

Bemerkung: So wie die Aufgabe formuliert ist, ist sie nicht korrekt. Man gebe Gegenbeispiele an.

Band 2, 2. Aufl. (Version 2010)**, 12.B**, p. 365 (1.11.2012)

Im Abschnitt vor Satz 12.B.2 ersetze man "auch komplex-hermitesche Formen sind durch ihre Werte auf der D i a g o n a l e n" durch "sogar beliebige Sesquilinearformen über $\mathbb{C}$ sind durch ihre Werte auf der D i a g o n a l e n"

Band 2, 2. Aufl. (Version 2010)**, 12.B, Satz 12.B.2 (2)**, p. 365 (1.11.2012)

In Satz 12.B.2 (2) ersetze man "Sei $\Phi : V \times V \to K$ eine komplex-hermitesche Form." durch "Sei $\Phi : V \times V \to \mathbb{C}$ eine komplexe Sesquilinearform."

Band 2, 2. Aufl. (Version 2010)**, 12.C, Aufg. 27)**, p. 387 (1.3.2012)

Der zweite für a_{ij} angegebene Ausdruck muss statt " $\dfrac{1}{1+j}$ " lauten: " $\dfrac{1}{i+j}$ ".

Band 2, 2. Aufl. (Version 2010)**, 13.A, Aufg. 7**, p. 399 (1.4.2012)

Im zweiten Satz der Aufgabe ersetze man "jedes Orthonormalsystem" durch "jedes endliche Orthonormalsystem"

Band 2, 2. Aufl. (Version 2010)**, 14.A, Aufg. 6**, p. 441 (1.1.2012)

Man ersetze die Teile d) und e) der Aufgabe durch die folgenden Teile e) bis h) und beachte insbesondere die Bemerkung am Ende von f):

d) Seien $x, y \in V - \{0\}$ und sei $\operatorname{Dim} V \geq 2$. Genau dann gibt es eine orthogonale Spiegelung f an einer Hyperebene von V mit $f(x) = y$, wenn $\|x\| = \|y\|$ ist und $\langle x, y\rangle \in \mathbb{R}$. (Seien die angegebenen Bedingungen für x, y erfüllt. Ohne Einschränkung sei überdies $x \neq y$. Dann bildet wegen $(x+y) \perp (x-y)$ die orthogonale Spiegelung an der Hyperebene $(\mathbb{K}(x-y))^{\perp}$ den Vektor x auf y ab.)

e) Sei $\mathbb{K} = \mathbb{C}$ und $\operatorname{Dim}_{\mathbb{C}} V = 2$. Dann ist jede spezielle Isometrie $g \in \mathrm{SU}(V)$ Produkt zweier orthogonaler Geradenspiegelungen und jede beliebige Isometrie von V ist das Produkt zweier orthogonaler Geradenspiegelungen und einer Homothetie. (Der zweite Teil folgt aus dem ersten. Sei also $\operatorname{Det} g = 1$ und seien $s, \overline{s}$ die Eigenwerte von g. Dann ist $\mathbb{R}_+ s + \mathbb{R}_+ \overline{s}$ der Wertebereich von $x \mapsto \langle x, g(x)\rangle$, und es gibt einen Vektor $x_0 \in V - \{0\}$ mit $\langle x_0, g(x_0)\rangle \in \mathbb{R}$. Nach d) gibt es eine orthogonale Geradenspiegelung f_1 mit $f_1(x_0) = g(x_0)$. Dann ist auch $f_2 := f_1 g$ eine orthogonale Geradenspiegelung und $g = f_1 f_2$. – Die orthogonalen Geradenspiegelungen werden in einer Orthonormalbasis von V durch die Matrizen $\left(\begin{smallmatrix} \alpha & \beta-\gamma\mathrm{i} \\ \beta+\gamma\mathrm{i} & -\alpha \end{smallmatrix}\right)$, $(\alpha, \beta, \gamma) \in S^2 \subseteq \mathbb{R}^3$, beschrieben. Für $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ vgl. Aufg. 3.)

f) Sei $\mathbb{K} = \mathbb{C}$ und $\operatorname{Dim}_{\mathbb{C}} V = n \in \mathbb{N}^*$ beliebig. Dann ist jedes $g \in \mathrm{SU}(V)$ Produkt von (höchstens) $2n-2$ orthogonalen Spiegelungen an Hyperebenen. (Man verwende e) sowie den Spektralsatz 14.A.8 und beachte, dass eine invertierbare Diagonalmatrix $\operatorname{Diag}(a_1, \ldots, a_n)$ das Produkt der Diagonalmatrix $\operatorname{Diag}(a_1, a_2 \cdots a_n, 1, \ldots, 1)$ mit den Diagonalmatrizen

$$\mathfrak{D}_i := \operatorname{Diag}(1, \ldots, 1, a_{i+2}^{-1} \cdots a_n^{-1}, a_{i+2} \cdots a_n, 1, \ldots, 1)\,, \quad i = 1, \ldots, n-2\,,$$

ist, wobei in $\mathfrak{D}_i$ zu Beginn i Einsen stehen.) Eine beliebige Isometrie von V ist dann das Produkt einer Homothetie $a\,\mathrm{id}_V$, $|a| = 1$, mit (höchstens) $2n-2$ orthogonalen Spiegelungen an Hyperebenen. (Bemerkung. Wir wissen nicht, inwieweit sich die Zahl $2n-2$ der benötigten Spiegelungen verkleinern lässt. Für $n = 3$ siehe g) und für $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ siehe Aufg. 5.)

g) Sei $\mathbb{K} = \mathbb{C}$ und $\operatorname{Dim}_{\mathbb{C}} V = 3$. Dann hat jede Isometrie $g \in \mathrm{U}(V)$ mit $\operatorname{Det} g = -1$ eine Darstellung $g = a f_1 f_2 f_3$ mit orthogonalen Ebenenspiegelungen f_1, f_2, f_3 und einer dritten Einheitswurzel a. Jede beliebige Isometrie von V ist das Produkt von drei orthogonalen Ebenenspiegelungen und einer Homothetie. (Der zweite Teil folgt aus dem ersten. Sei $\operatorname{Det} g = -1$. Dann ist $s_1 s_2 s_3 = -1$ für die Eigenwerte s_1, s_2, s_3 von g. Es gibt eine dritte Einheitswurzel a und einen Vektor $x_0 \in V - \{0\}$, für die $a\langle x_0, g(x_0)\rangle = \langle x_0, \overline{a} g(x_0)\rangle \in \mathbb{R}$ ist. Nach d) gibt es eine orthogonale Ebenenspiegelung f_1 mit $f_1(x_0) = \overline{a} g(x_0)$. Wegen $\overline{a} f_1 g(x_0) = x_0$ und $\operatorname{Det}(\overline{a} f_1 g) = 1$, gibt es nach e) orthogonale Geradenspiegelungen f_2', f_3' auf $V' := (\mathbb{C}x_0)^{\perp}$ mit $\overline{a} f_1 g | V' =$

$f_2' f_3'$. Es folgt $g = a f_1 f_2 f_3$, wobei f_2, f_3 die orthogonalen Ebenenspiegelungen von V sind, die f_2', f_3' fortsetzen. – Mit ähnlichen Überlegungen lässt sich bei $\mathrm{Dim}_{\mathbb{C}} V = 4$ zeigen: Hat $g \in \mathrm{SU}(V)$ höchstens zwei verschiedene Eigenwerte, so ist $g = a f_1 f_2 f_3 f_4$ mit einer vierten Einheitswurzel a und orthogonalen Spiegelungen f_1, f_2, f_3, f_4 an Hyperebenen.)

h) Sei $\mathbb{K} = \mathbb{C}$ und $\mathrm{Dim}_{\mathbb{C}} V = n \in \mathbb{N}^*$. Eine Pseudo- (oder Quasi-) Spiegelung von V ist definitionsgemäß eine Isometrie von V, die eine Hyperebene von V elementweise festlässt. Jede Isometrie $g \in \mathrm{U}(V)$ ist Produkt von (höchstens) n Pseudospiegelungen, die überdies paarweise kommutierend gewählt werden können. (Man verwende den Spektralsatz 14.A.8.)

Band 2, 2. Aufl. (Version 2010)**, 14.A, Aufg. 18**, p. 443f (1.4.2011)

Zusatz zu dieser Aufgabe und den Aufgaben über Drehgruppen generell: Für jemanden, der Schwierigkeiten beim Verständnis der Drehgruppe $\mathrm{SO}_3(\mathbb{R})$ hat, mag folgende Bemerkung von R. P. Feynman in "The Feynman Lectures on Physics, Vol. III, 6-5" ein kleiner Trost sein:

The[se] facts of the combinations of rotations, and what they produce, are hard to grasp intuitively. It is rather strange, because we live in three dimensions, but it is hard for us to appreciate what happens if we turn this way and then that way. Perhaps, if we were fish or birds and had a real appreciation of what happens when we turn somersaults in space, we could more easily appreciate such things.

Band 2, 2. Aufl. (Version 2010)**, 14.A, Aufg. 25**, p. 446 (1.2.2012)

Man ersetze am Ende der Aufgabe "ähnlich" durch "eigentlich ähnlich" und füge den folgenden Satz hinzu:

"Dabei heißen f und g eigentlich ähnlich, wenn es einen Automorphismus $h : V \to V$ mit $\mathrm{Det}\, h > 0$ und $g = h f h^{-1}$ gibt."

Band 2, 2. Aufl. (Version 2010)**, 14.B, Aufg. 23**, p. 468 (1.4.2011)

In der Beschriftung des ersten und dritten Moleküls ersetze man "gleichmäßiges Dreieck" durch "gleichseitiges Dreieck". Im vierten Molekül repräsentiert die nicht beschriftete Ecke ein H-Atom.

Band 2, 2. Aufl. (Version 2010)**, 15.A, Aufg. 7**, p. 477 (1.10.2012)

Am Ende von Aufg. 7 füge man hinzu:

"**e)** Sind f, g normale Operatoren auf V mit $fg = 0$, so ist auch $gf = 0$."

Band 2, 2. Aufl. (Version 2010)**, 15.A, Aufg. 18**, p. 478 (1.1.2012)

Man ersetze "$\mathfrak{A} := \begin{pmatrix} 2 & 4 & 4 \\ 4 & -5 & 13 \\ 4 & 13 & -5 \end{pmatrix}$" durch "$\mathfrak{A} := \begin{pmatrix} -6 & 4 & 4 \\ 4 & -5 & 13 \\ 4 & 13 & -5 \end{pmatrix}$".

Band 2, 2. Aufl. (Version 2010)**, Korollar 15.C.5 und Beispiel 15.C.6**, p. 504 (1.4.2011)

Man ersetze jeweils "$\mathbb{K}$-Vektorraum V" durch "$\mathbb{K}$-Vektorraum V mit Skalarprodukt".

Band 2, 2. Aufl. (Version 2010)**, 15.C, Aufg. 11**, p. 510 (1.3.2012)

In dieser Aufgabe ersetze man den Halbsatz nach der ersten Freistellung durch den folgenden Halbsatz:

"und das Gleichheitszeichen gilt genau dann, wenn f normal ist und alle Eigenwerte von f (einschließlich der komplexen) auf einem vom Nullpunkt ausgehenden Strahl in $\mathbb{C}$ liegen."

Ferner fehlen in der zweiten Freistellung zwei Betragsstriche:

$$|\mathrm{Sp}\, f| = \Big|\sum_{i=1}^{n} \langle f(v_i)\,,\, v_i \rangle\Big| \le \sum_{i=1}^{n} \| f(v_i) \| = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i\,.$$

Band 2, 2. Aufl. (Version 2010)**, 17.B, Aufg. 7b)**, p. 554 (1.4.2011)

In der 11./12. Zeile der Teilaufgabe ersetze man "die beschränkt . . . ist." durch "das beschränkt . . . ist." (Das Bild B ist beschränkt.)

Band 2, 2. Aufl. (Version 2010)**, Abschnitt 18.A**, p. 561 (1.4.2011)

In der drittletzten Zeile der Seite ersetze man "im Allgemeinen Fall" durch "im allgemeinen Fall".

Band 2, 2. Aufl. (Version 2010)**, Beispiel 18.E.4**, p. 615 (1.4.2011)

In der ersten Formel von 18.E.4 (3) ersetze man den senkrechten Strich durch einen Schrägstrich, d.h. man schreibe

$$\mathrm{SO}_4(\mathbb{R}) \cong \big(\mathrm{SU}_2(\mathbb{C}) \times \mathrm{SU}_2(\mathbb{C})\big)\big/\big\{(\mathfrak{E}_2\,,\,\mathfrak{E}_2)\,,\,(-\mathfrak{E}_2\,,\,-\mathfrak{E}_2)\big\}\,.$$

Band 2, 2. Aufl. (Version 2010)**, 19.B, Aufg. 6**, p. 651 (1.11.2012)

Die Aufgabe ist in der angegebenen Form zu trivial. Man ersetze sie durch:

6) Sei V ein normierter $\mathbb{K}$-Vektorraum und W ein $\mathbb{K}$-Vektorraum mit Skalarprodukt. Ferner sei $f : V \to W$ eine $\mathbb{K}$-lineare Abbildung.

a) Es gilt $\|f\| = \|S_f\| := \mathrm{Sup}\,\big\{|\langle f(x)\,,\,y\rangle| \;\big|\; x \in V,\, y \in W,\, \|x\|=1,\, \|y\|=1\big\}$ $(\in \overline{\mathbb{R}}_+)$.

b) Sei $\mathbb{K} = \mathbb{C}$, $V = W$ und $\|R_f\| := \mathrm{Sup}\,\big\{|\langle f(x)\,,\,x\rangle| \;\big|\; x \in V,\, \|x\| = 1\big\}$ die Rayleigh-Norm von f. Dann gilt $\|R_f\| \le \|f\| \le 2\|R_f\|$. Insbesondere ist f genau dann stetig, wenn die Rayleigh-Quotienten $\langle f(x)\,,\,x\rangle/\|x\|^2$ auf $V - \{0\}$ beschränkt bleiben. (Man gehe mit der Formel aus Satz 12.B.2 (2) vor wie im Beweis von 19.B.5. – Nach 19.B.5 gilt für *selbstadjungierte* Operatoren sogar $\|f\| = \|R_f\|$. Mit Hilfe der Spektralsätze 15.A.15 bzw. 19.B.11 zeigt man diese Formel auch direkt für normale Operatoren, falls $\mathrm{Dim}\,V < \infty$ ist bzw. f kompakt. Sie gilt ganz allgemein für normale Operatoren, vgl. Bd. 4, 19.C, Aufg. 5 für ein weitergehendes Resultat (wobei man bei $\|f\| < \infty$ zur Komplettierung überzugehen hat). – Im Fall $\mathbb{K} = \mathbb{R}$ ist beispielsweise $\|R_f\| = 0$ für jeden schiefselbstadjungierten Operator f, aber $\|f\| \ne 0$ bei $f \ne 0$. In der Komplexifizierung $f_{(\mathbb{C})}$ von f, die auch schiefselbstadjungiert ist (wegen $\widehat{g_{(\mathbb{C})}} = \hat{g}_{(\mathbb{C})}$ für jeden reellen Operator g, für den $\hat{g}$ existiert), ist aber $\|R_{f_{(\mathbb{C})}}\| = \|f_{(\mathbb{C})}\| = \|f\|$.)

c) Für den $\mathbb{C}$-linearen Operator $f : \mathbb{C}^2 \to \mathbb{C}^2$, $\binom{z_1}{z_2} \mapsto \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\binom{z_1}{z_2} = \binom{z_2}{0}$, gilt $\|f\| = 2\|R_f\|$.

Band 2, 2. Aufl. (Version 2010)**, 19.C, Aufg. 2a)**, p. 668 (1.9.2011)

In der vorletzten Zeile der Aufgabe ersetze man "durch w" durch "durch ω".

Band 2, 2. Aufl. (Version 2010)**, 19.C, Aufg. 10)**, p. 671/672 (1.11.2012)

In der ersten Zeile von Seite 672 ersetze man " $(c+d)/2(b-a)$ " durch " $(b-a)(c+d)/2$ ".

Aufgabe 10b) korrigiere man in folgender Weise:

b) Seien $a(k)$, $k = 0, \ldots, N$, komplexe Zahlen mit $a(0) = a(N)$. Die Fourier-Koeffizienten c_n der stückweise linearen (und in den Intervallen $[k/n\,,\,(k+1)/n]$ jeweils linearen) Funktion $x : [0, 1] \to \mathbb{C}$ mit $x(k/N) = a(k)$, $k = 0, \ldots, N$, sind

$$c_0 = d_0 \quad \text{und} \quad c_n = 2\,\frac{1 - \cos(2\pi n/N)}{(2\pi n/N)^2}\,d_n\;,\, n \ne 0, \quad \text{mit} \quad d_n := \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1} a(k)\,e^{-2\pi \mathrm{i} nk/N}\,.$$

Wie ändern sich die Koeffizienten c_n, wenn $a(0) \ne a(N)$ ist?

Band 2, 2. Aufl. (Version 2010)**, 20.A, Aufg. 2)**, p. 685 (1.12.2012)

Man ersetze den zweiten Teil der Aufgabe durch:

Sei $\widetilde{w}_0(t), \ldots, \widetilde{w}_{n-1}(t)$ eine beliebige Basis des Lösungsraums der homogenen Differenzialgleichung $y^{(n)} + a_{n-1}(t)\, y^{(n-1)} + \cdots + a_0(t)\, y = 0$. Die Determinanten $\widetilde{W}$ und $\widetilde{W}_j$ seien analog zu W bzw. W_j aus der Wronski-Matrix

$$\widetilde{\mathfrak{W}} := \begin{pmatrix} \widetilde{w}_0 & \cdots & \widetilde{w}_{n-1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \widetilde{w}_0^{(n-1)} & \cdots & \widetilde{w}_{n-1}^{(n-1)} \end{pmatrix}$$

zu den Funktionen $\widetilde{w}_0(t), \ldots, \widetilde{w}_{n-1}(t)$ gebildet. Es gibt dann eine konstante Matrix $\mathfrak{B}$ aus $\mathrm{GL}_n(\mathbb{K})$ mit $\widetilde{\mathfrak{W}}(t) = \mathfrak{W}(t\,;\, t_0)\,\mathfrak{B}$. Mit ${}^t(c_0, \ldots, c_{n-1}) := \mathfrak{B}^{-1} \cdot {}^t\big(y_0^{(0)}, \ldots, y_0^{(n-1)}\big)$ lässt sich die Lösung $y(t)$ der inhomogenen Ausgangsgleichung auch in der folgenden Form schreiben:

$$y(t) = \sum_{j=0}^{n-1} \widetilde{w}_j(t) \left(c_j + (-1)^{n+j+1} \int_{t_0}^{t} \frac{\widetilde{W}_j(\tau)}{\widetilde{W}(\tau)}\, g(\tau)\, d\tau \right).$$

Band 2, 2. Aufl. (Version 2010)**, Abschnitt 20.D**, p. 709 (1.9.2011)

Den letzten Satz vor der Formel $\mathfrak{y}(t) = \int_a^b \mathfrak{K}_0(t\,,\tau)\,\mathfrak{g}(\tau)\, d\tau$ ersetze man durch:

"Die Lösung $\mathfrak{y}$ des Anfangswertproblems $\nabla_{\mathfrak{A}}\mathfrak{y} = \mathfrak{g}\,,\ \mathfrak{y}(t_0) = 0$ hat nach 20.A.2 die Integraldarstellung"