

Übungen zur Vorlesung  
**Theoretische Informatik**  
WS 19/20  
Blatt 4

**Aufgabe 4.1**

Betrachte die Sprache

$$L = \{a^{n+1}b^m \mid n, m \geq 0 \text{ und } n + m \text{ ist ungerade}\}$$

über dem Alphabet  $\Sigma = \{a, b\}$ . Gib die Nerode-Äquivalenzklassen der Sprache einmal mit Hilfe eines Repräsentanten und einmal als vollständig charakterisierte Menge, sowie die zugehörigen Mengen  $\text{Suff}_L(\cdot)$  an. Gib weiter den Zustandsgraphen des zugehörigen Nerode-Automaten an.

**Aufgabe 4.2**

Gegeben sei der DFA  $M = (Z, \Sigma, \delta, z_0, E)$  über dem Alphabet  $\Sigma = \{0, 1\}$ , wobei  $Z = \{z_0, \dots, z_7\}$ ,  $E = \{z_1, z_3, z_7\}$  und  $\delta$  gegeben durch

$\delta$	$z_0$	$z_1$	$z_2$	$z_3$	$z_4$	$z_5$	$z_6$	$z_7$	
0	$z_4$	$z_0$	$z_4$	$z_2$	$z_2$	$z_0$	$z_3$	$z_5$	.
1	$z_7$	$z_1$	$z_2$	$z_7$	$z_4$	$z_6$	$z_6$	$z_4$	

- Bestimme den Minimalautomaten zu  $M$ .
- Lies aus dem Minimalautomaten die Nerode-Äquivalenzklassen von  $T(M)$  ab (die Angabe eines Repräsentanten reicht).

**Aufgabe 4.3**

- Zeige, dass jede endliche Sprache  $L$  regulär ist. Beschreibe dazu ein Verfahren, welches für  $L$  eine reguläre Grammatik  $G$  mit  $L = L(G)$  erzeugt.
- Sei  $L$  eine endliche Sprache. Das Pumping-Lemma sagt aus, dass ein  $n \geq 1$  existiert, sodass jedes Wort  $x \in L$  mit mindestens  $n$  Zeichen in drei Teile  $u, v, w$  mit  $1 \leq |v| \leq |uv| \leq n$  und  $uvw = x$  zerlegt werden kann und für jede Wahl von  $i \geq 0$  das Wort  $uv^i w$  in  $L$  verbleibt. Bestimme alle möglichen Wahlen von  $n$ . Begründe!

#### Aufgabe 4.4

- a) Es gilt folgende Eigenschaft: Sei  $M = (Z, \Sigma, \delta, z_0, E)$  ein DFA. Ist  $\hat{\delta}(z, w_1) = \hat{\delta}(z, w_2)$  für  $z \in Z$  und  $w_1, w_2 \in \Sigma^*$ , dann gilt

$$w_1 w \in T(M) \Leftrightarrow w_2 w \in T(M)$$

für alle  $w \in \Sigma^*$ .

Nutze diese Eigenschaft, um zu zeigen, dass die Sprache

$$L = \{a^i b^j c^i \mid i, j \in \mathbb{N}\}$$

nicht regulär ist, ohne das Pumping-Lemma zu verwenden.

- b) Zeige mit Hilfe des Pumping-Lemmas, dass die Sprache

$$L = \{a^l b^m \mid l \neq m\}$$

nicht regulär ist.