Maike Buchin
Daniel Pasler
Christoph Ries

22. Oktober 2019
Abgabe bis 29.10.19 - 12:00 Uhr
Zettelkästen IA 0

Übungen zur Vorlesung

Theoretische Informatik

WS 19/20

Blatt 2

Aufgabe 2.1
Betrachte folgende Sprache über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$:

$$L = \{w \in \Sigma^* \mid |w|_{ca} \geq 1 \ \wedge \ |w|_b \equiv 1 \bmod 3\}.$$

Beachte: Für $x \in \Sigma^+$ gibt $|w|_x$ an, wie oft w das Teilwort x enthält, z.B. $|ababcab|_{ab} = 3$.

a) Konstruiere einen DFA M, welcher $L = T(M)$ erfüllt. Gib sowohl die Überführungsfunktion δ als Tabelle als auch den Zustandsgraphen an.

b) Konstruiere aus M eine reguläre Grammatik, die $L = T(M)$ erzeugt. Verwende hierfür das Verfahren aus der Vorlesung.

Aufgabe 2.2
Ein NFA M sei gegeben durch $M = (Z, \Sigma, \delta, S, E)$, wobei $Z = \{z_0, z_1, z_2, z_3\}$, $\Sigma = \{a, b, c\}$, $S = \{z_0, z_2\}$, $E = \{z_2\}$ und

$\delta(z_0, a) = \{z_1, z_2, z_3\}$	$\delta(z_0, b) = \emptyset$	$\delta(z_0, c) = z_0$
$\delta(z_1, a) = \emptyset$	$\delta(z_1, b) = \{z_2\}$	$\delta(z_1, c) = \emptyset$
$\delta(z_2, a) = \emptyset$	$\delta(z_2, b) = \emptyset$	$\delta(z_2, c) = \{z_3\}$
$\delta(z_3, a) = \emptyset$	$\delta(z_3, b) = \{z_2, z_3\}$	$\delta(z_3, c) = \emptyset$.

a) Zeichne den zu M gehörenden Zustandsgraphen.

b) Sei $L := \{c^k a b^l \mid k, l \in \mathbb{N}\}$. Gilt $L \subseteq T(M)$? Begründe.

c) Konstruiere mithilfe der Potenzmengenkonstruktion einen DFA, welcher dieselbe Sprache wie M akzeptiert. Zustände, die vom Startzustand aus nicht erreichbar sind, können dabei weggelassen werden.

— Bitte wenden! —

Aufgabe 2.3
Betrachte die reguläre Grammatik $G = (V, \Sigma, P, S)$, wobei $\Sigma = \{a, b, c\}$, $V = \{S, A, B, C\}$ und P folgende Regeln enthalte:

$$\begin{aligned} S &\to bC \mid aC \mid aB \\ A &\to a \mid bB \\ B &\to bB \mid aA \\ C &\to cA \mid aS \end{aligned}$$

a) Konstruiere mithilfe des aus der Vorlesung bekannten Verfahrens einen NFA M, sodass $T(M) = L(G)$.

b) Gibt es für alle $n \in \mathbb{N}$ ein $w \in L(G)$, sodass $|w| \geq n$, $|w|_c \geq 1$ und $|w|_a = |w|_b$? Begründe!

Aufgabe 2.4
Gib für jedes $n > 1$ eine Sprache L an, sodass jeder DFA M mit $T(M) = L$ mindestens n Zustände benötigt, aber L^2 von einem DFA M' mit maximal $2n-2$ Zuständen erkannt wird. Begründe!