

Übungen zur Vorlesung
Theoretische Informatik
WS 15/16
Blatt 12

Bitte beachte den abweichenden Abgabetermin!

In Aufgabe 12.1 werden folgenden Probleme benutzt:

INDEPENDENT SET: Unabhängige Mengen.

Eingabe: Ein ungerichteter Graph $G = (V, E)$ und eine natürliche Zahl $k \leq |V|$.

Frage: Existiert in G eine unabhängige Menge der Größe mindestens k , d.h. eine Menge $U \subseteq V$ mit $|U| \geq k$, deren Knoten paarweise in G nicht benachbart sind?

VERTEX COVER: Überdeckung mit Knoten.

Eingabe: Ein ungerichteter Graph $G = (V, E)$ und eine natürliche Zahl $k \leq |V|$.

Frage: Existiert in G ein „Vertex Cover“ (Knotenüberdeckungsmenge) der Größe höchstens k , d.h., eine Menge $C \subseteq V$ mit $|C| \leq k$, die von jeder Kante aus E mindestens einen Randknoten enthält?

3-COLORABILITY: Färbbarkeit mit 3 Farben.

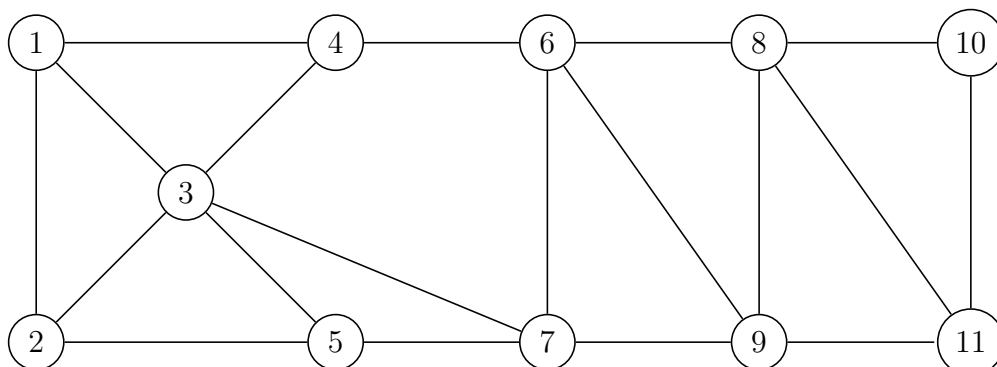
Eingabe: Ein ungerichteter Graph $G = (V, E)$.

Frage: Gibt es eine Färbung der Knoten in V mit 3 verschiedenen Farben, so dass keine zwei benachbarten Knoten in G dieselbe Farbe haben?

Aufgabe 12.1

Gegeben seien der Graph G (siehe Abbildung) und die Zahl $k = 7$. Entscheide für die folgenden Graphenprobleme, ob sie eine Lösung haben. Begründe Deine Behauptung.

- 3-COLORABILITY mit Eingabe G .
- VERTEX COVER mit Eingabe G, k .
- INDEPENDENT SET mit Eingabe G, k .



Aufgabe 12.2

Eine Horn-Formel ist eine logische Formel in konjunktiver Normalform, wobei jede Klausel maximal eine unnegierte Variable enthält.

Zeige, dass die Erfüllbarkeit von Horn-Formeln in polynomieller Zeit entscheidbar ist.

Aufgabe 12.3

Das Problem DSAT ist wie folgt beschrieben:

Eingabe: Eine CNF-Formel mit n Literalen

Frage: Hat die gegebene CNF-Formel mindestens zwei Lösungen?

Zeige, dass das Problem DSAT \mathcal{NP} -vollständig ist.

Aufgabe 12.4

Zeige, dass das Problem FEEDBACK VERTEX SET \mathcal{NP} -hart ist.

Eingabe: Ein gerichteter Graph $G = (V, E)$ und eine Zahl $k \in \mathbb{N}$

Frage: Gibt es eine Teilmenge $V' \subset V$ mit $|V'| = k$, sodass V' mindestens einen Knoten von jedem gerichteten Zyklus in G enthält?