

Übungen zur Vorlesung
Theoretische Informatik
WS 15/16
Blatt 9

Aufgabe 9.1

Gib die Überföhrungsfunktion δ einer Mehrband-DTM an, die zwei Binärzahlen addiert. Dabei sind in der Eingabe beide Zahlen auf dem ersten Band notiert als $x\#w$ mit $x, w \in \{0, 1\}^+$. Nach der Rechnung soll auf dem ersten Band nur das Ergebnis $y = x + w$ notiert sein. Das zweite Band soll leer sein.

Aufgabe 9.2

Betrachte einen Kellerautomaten, der zwei Keller verwaltet, dafür aber kein Band besitzt. Zu Beginn einer Rechnung sei die Eingabe im rechten Keller gespeichert, sodass das erste Zeichen der Eingabe oben auf dem Keller liegt. In beiden Kellern liegt zusätzlich das unterste Kellerzeichen auf dem Kellerboden.

Ein Rechenschritt ist abhängig vom Zustand in dem der Automat sich befindet und von den obersten Zeichen der beiden Keller. In jedem Schritt werden die beiden obersten Kellerzeichen gelöscht, der Zustand kann gewechselt werden und in jeden Keller kann ein beliebiges Wort aus dem Kelleralphabet eingefügt werden. Die Überföhrungsfunktion ist also von der Form.

$$\delta : Z \times \Gamma \times \Gamma \mapsto Z \times \Gamma^* \times \Gamma^*$$

Der Automat stoppt, wenn ein Endzustand erreicht wird oder keine Folgekonfiguration definiert ist. Im ersteren Fall akzeptiert er das Wort im zweiten verwirft er es.

Beschreibe in Worten wie eine Schritt-für-Schritt Simulation einer DTM auf diesem 2-Fach-Kellerautomaten organisiert werden kann.

Bemerkung zu Aufgaben 9.3 und 9.4:

Es dürfen nur die in der Vorlesung eingeführten Konstrukte verwendet werden, d.h.

- | | |
|----------------------|--------------------------------|
| ✓ $x_i := x_j + c$ | ✓ $x_i := x_j - c$ |
| ✓ $x_i := x_j$ | ✓ $x_i := x_j * x_k$ |
| ✓ $x_i := c$ | ✓ IF $x = 0$ THEN A END |
| ✓ $x_i := x_j + x_k$ | ✓ $x_i = x_j \text{ MOD } x_k$ |
| ✓ $x_i := x_j - x_k$ | ✓ $x_i = x_j \text{ DIV } x_k$ |

Weitere Konstrukte können verwendet werden, wenn sie durch bereits bekannte Konstrukte definiert werden. Statt x_0, \dots, x_k dürfen auch andere Variablennamen verwendet werden. Es muss jedoch angegeben werden, welche Variablen die Ein- und Ausgabe enthalten.

Aufgabe 9.3

Schreibe ein WHILE-Programm das einen Bruch vollständig kürzt. Eingabe seien Zähler z und Nenner n eines Bruches.

Ausgegeben werden sollen Zähler und Nenner des vollständig gekürzten Bruches.

Erläutere die Arbeitsweise des Programmes.

Aufgabe 9.4

Wandle mittels des Verfahrens aus der Vorlesung folgendes GOTO-Programm in ein WHILE-Programm um.

```
M1 : z := 0;  
M2 : x := 1;  
M3 : IF y = 0 THEN GOTO M8  
M4 : x := b * x;  
M5 : z := z + 1;  
M6 : y := n - x;  
M7 : GOTO M3;  
M8 : HALT
```

Eingabe: n, b , Ausgabe: z