

Lösungen für Präsenzaufgaben 7.2 und 7.3

**Theoretische Informatik**

WS 14/15

Blatt 7

**Präsenzaufgabe 7.2**

Betrachte folgende kontextfreie Grammatik  $G = (\{S, A, B, C, D, E\}, \{a, b, c\}, P, S)$ .

$P$  in Regelnotation:

$$S \rightarrow ABA \mid BA \mid Ea$$

$$A \rightarrow BB \mid Ca$$

$$B \rightarrow AC$$

$$C \rightarrow CcC \mid c$$

$$D \rightarrow Da \mid AB$$

$$E \rightarrow Eb \mid EE$$

- a) Eine Variable  $X$  heißt *generierend*, wenn aus  $X$  mindestens ein Wort abgeleitet werden kann.

Bestimme die Menge der generierenden Variablen. Ist die von der Grammatik erzeugte Sprache leer?

**Lösung:**

$$V_G = \{C, A, B, S, D\}.$$

Da  $S \in V_G$ , kann aus  $S$  ein Wort abgeleitet werden und ist die Sprache nicht leer.

- b) Eine Variable  $X$  heißt *erreichbar*, wenn aus der Startvariable eine Satzform abgeleitet werden kann, die  $X$  enthält.

Bestimme die Menge der erreichbaren Variablen.

**Lösung:**  $V_E = \{S, A, B, E, C\}$ .

- c) Eine Variable ist *nützlich*, wenn sie generierend und erreichbar ist, sonst ist sie *nutzlos*. Säubere die Grammatik, indem du alle Regeln entfernst, die nutzlose Variablen enthalten.

**Lösung:** Die nützliche Variablen sind  $\{S, A, B, C\}$ . Die gesäuberte Grammatik ist

$$S \rightarrow ABA \mid BA$$

$$A \rightarrow BB \mid Ca$$

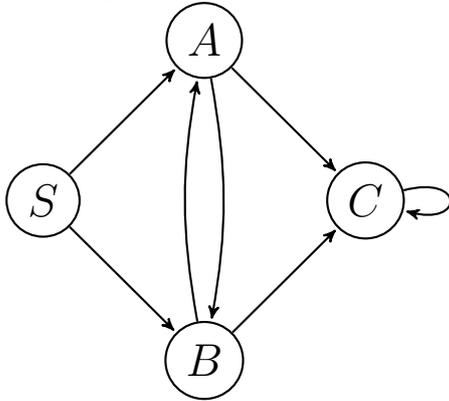
$$B \rightarrow AC$$

$$C \rightarrow CcC \mid c$$

- d) Der *Grammatik-Graph* für eine Grammatik hat die Knotenmenge  $V$  und enthält genau dann eine gerichtete Kante  $(X, Y)$ , wenn es eine Regel  $X \rightarrow \alpha Y \beta$  gibt, mit  $\alpha, \beta \in (V \cup \Sigma)^*$ .

Zeichne den *Grammatik-Graphen* für die gesäuberte Grammatik. Bestimme mit Hilfe des Grammatik-Graphen, ob die erzeugte Sprache endlich ist.

**Lösung:**



Der Graph enthält Kreise, also die Sprache ist unendlich.

### Präsenzaufgabe 7.3

Bringe folgende kontextsensitive Grammatik in Kuroda Normalform:  $V = \{S, X, Y\}$ ,  $\Sigma = \{a, b\}$ , Startvariable  $S$  und Regeln

$$\begin{aligned}
 S &\rightarrow XYa \mid YX \\
 X &\rightarrow YX \mid bXY \mid b \\
 YY &\rightarrow XaX \\
 YXY &\rightarrow bYXX \\
 XX &\rightarrow abY
 \end{aligned}$$

1. Separieren:

$$\begin{aligned}
 S &\rightarrow XYA \mid YX & A &\rightarrow a \\
 X &\rightarrow YX \mid BX_1 \mid b & B &\rightarrow b \\
 YY &\rightarrow XAX \\
 YXY &\rightarrow bYXX \\
 XX &\rightarrow ABY
 \end{aligned}$$

2. Verkürzen:

$$\begin{aligned}
 S &\rightarrow XS_1 \mid YX & S_1 &\rightarrow YA & A &\rightarrow a \\
 X &\rightarrow YX \mid BX_1 \mid b & X_1 &\rightarrow XY & B &\rightarrow b \\
 YY &\rightarrow XC_1 & C_1 &\rightarrow AX \\
 YX &\rightarrow BD_2 & D_2Y &\rightarrow YD_3 & D_3 &\rightarrow XX \\
 XX &\rightarrow AE_1 & E_1 &\rightarrow BY
 \end{aligned}$$

3. Eliminieren von Kettenregeln:  
Es gibt keine Kettenregeln.