

Übungen zur Vorlesung
Theoretische Informatik
WS 13/14
Blatt 9

Wichtig: Da die Übungsgruppe am 06.01.2014 wegen der Weihnachtsferien ausfällt, werden die Studierenden die sonst an der Montagsgruppe teilnehmen gebeten ausnahmsweise einmal die Mittwochsgruppe zu besuchen. Evtl. wird die Übungsgruppe dann in einem anderen Raum stattfinden. Dieser wird auf der Homepage zeitnah bekannt gegeben.

Die Lösungen zum Übungsblatt 9 werden erst Mittwoch 08.01.2014 um 10:00 aus den Kästen auf Ebene 02 abgeholt.

Aufgabe 9.1

Gib die Überföhrungsfunktion einer Zwei-Band-NTM an, die in $O(n)$ Rechenschritten folgende Sprache erkennt:

$$L = \{ww \mid w \in \{0, 1\}^+\}$$

Zu Beginn der Rechnung stehe die Eingabe auf dem ersten Band, während das zweite Band leer sei. Beschreibe die Arbeitsweise deiner Maschine und gib an, wie viele Schritte sie in jedem Zustand maximal ausführt (bei Eingabe eines Wortes der Länge n).

Aufgabe 9.2

In einigen Büchern werden Ein-Band-Turingmaschinen anders definiert als bei uns: Das Arbeitsband soll links von der Eingabe enden und es ist nicht erlaubt, den Kopf weiter nach links zu bewegen. Rechts von der Eingabe ist das Band weiterhin unendlich lang und mit Blanks gefüllt.

Wir nennen diese Variante „TM mit einseitigem Band“. Unsere gewöhnliche Definition nennen wir entsprechend „TM mit zweiseitigem Band“.

Auf den ersten Blick sehen einseitige TMs schwächer aus als zweiseitige. Zeige, dass dies nicht der Fall ist:

Seien $M = (Z, \Sigma, \Gamma, \delta, z_0, \square, E)$ die Komponenten von einer zweiseitigen Ein-Band-DTM M . Bestimme in Abhängigkeit von den Komponenten von M die Komponenten $M' = (Z', \Sigma, \Gamma', \delta', z_0, \square, E)$ einer einseitigen Ein-Band-DTM M' , die M ohne Zeitverlust simuliert. Beschreibe die Arbeitsweise von M' und wie ihre Komponenten aus den Komponenten von M hervorgehen.

Hinweis zu den Aufgaben 9.3 und 9.4 Die folgenden Operatoren und Konstrukte dürfen verwendet werden:

- $x_i := x_j$
- $x_i := c$
- IF $x = 0$ THEN A END
- $x_i := x_j + x_k$
- $x_i := x_j * x_k$
- $x_i := x_j \text{ DIV } x_k$
- $x_i := x_j \text{ MOD } x_k$

Weitere Konstrukte sind erlaubt, wenn man sie vorher mit Hilfe der bereits bekannten Konstrukte definiert. Außerdem dürfen auch andere Variablennamen als x_0, \dots, x_k verwendet werden. Es muss jedoch angegeben werden, welche Variablen die Ein- und Ausgabe enthalten sollen.

Aufgabe 9.3

Seien $n, k \geq 1$ zwei natürliche Zahlen. Schreibe ein LOOP-Programm, das den Binomialkoeffizient $b = \binom{n}{k}$ berechnet. Kommentiere dein Programm!

Hinweis: $\binom{n}{k}$ ist definiert durch

$$\binom{n}{k} = \begin{cases} \frac{n!}{k!(n-k)!} & \text{falls } n \geq k \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

Beachte $0! = 1$.

Aufgabe 9.4

Schreibe ein WHILE-Programm, das folgende partielle Funktion berechnet: $f : \mathbb{N}_0 \times \mathbb{N}_0 \rightarrow \mathbb{N}_0$, gegeben durch

$$f(n_1, n_2) = \begin{cases} \log_{n_2}(n_1) & \text{falls der Logarithmus eine natürliche Zahl ist} \\ \text{undefiniert} & \text{sonst} \end{cases}$$

Komentiere dein Programm!