

Übungen zur Vorlesung  
**Theoretische Informatik**  
WS 12/13  
Übungsblatt 06

**Aufgabe 6.1**

Zu der Sprache  $L = \{a^i b^j c^k \mid i, j, k \geq 0 \text{ und } i + k = j\}$  über dem Alphabet  $\Sigma = \{a, b, c\}$  sei folgender DPDA gegeben:

$$\begin{aligned} Z &= \{z_0, z_1, z_2, z_3, z_4\} \\ \Sigma &= \{a, b, c\} \\ \Gamma &= \{\#, a, b\} \\ E &= \{z_0, z_4\} \end{aligned}$$

Der Startzustand sei  $z_0$  und das unterste Kellerzeichen sei  $\#$ .

Dazu gibt es folgende Transitionen:

$$\begin{array}{lll} z_0\# \xrightarrow{a} z_1a\# & z_2\# \xrightarrow{b} z_2b\# & z_3b \xrightarrow{c} z_3\varepsilon \\ z_0\# \xrightarrow{b} z_2b\# & z_2a \xrightarrow{b} z_2\varepsilon & z_3\# \xrightarrow{\varepsilon} z_4\# \\ z_1a \xrightarrow{a} z_1aa & z_2b \xrightarrow{b} z_2bb & \\ z_1a \xrightarrow{b} z_2\varepsilon & z_2b \xrightarrow{c} z_3\varepsilon & \end{array}$$

Ermittle für folgende Wörter die Berechnung des DPDA in Form einer Konfigurationsfolge und gib jeweils an, ob das Wort akzeptiert wird:

$$bc, \quad abc, \quad a^2b^3c, \quad abc^2$$

**Aufgabe 6.2**

Gib einen DPDA über dem Alphabet  $\Sigma = \{0, 1, \$\}$  an, der folgende Sprache erkennt:

$$L = \left\{ a_1 \dots a_n \$ b_{\frac{n}{2}} b_{\frac{n}{2}-1} \dots b_2 b_1 \mid \begin{array}{l} n \in \mathbb{N}, n \text{ gerade,} \\ a_i \in \{0, 1\} \text{ für alle } 1 \leq i \leq n, \\ b_j \in \{a_{2j-1}, a_{2j}\} \text{ für alle } 1 \leq j \leq \frac{n}{2} \end{array} \right\}$$

Beschreibe kurz die Arbeitsweise deines DPDA.

Beispiel:

10101\$111, 11001101\$1101, 001001\$000  $\in L$

110\$01, 110001\$100  $\notin L$

### Aufgabe 6.3

Sei  $G$  eine kontextfreie Grammatik über dem Alphabet  $\Sigma = \{a, b, c\}$  mit Variablen  $V = \{S, X, Y\}$ , der Startvariablen  $S$  und folgenden Regeln  $P$ :

$$\begin{aligned} S &\rightarrow SaS \mid XY \mid \varepsilon \\ X &\rightarrow bX \mid b \\ Y &\rightarrow XYc \mid a \end{aligned}$$

- Gib mit der Methode aus der Vorlesung einen PDA an, der die Sprache  $L(G)$  erkennt.
- Zeige, dass die Grammatik  $G$  das Wort  $w = bbaaba$  erzeugt, indem du eine Linksableitung angibst. Zeige dann, dass dein PDA  $w$  erkennt, indem du eine akzeptierende Konfigurationsfolge angibst.

### Aufgabe 6.4

Betrachte folgende kontextfreie Grammatik  $G$  über dem Alphabet  $\Sigma = \{a, b, c\}$  mit den Variablen  $V = \{S, A, B, C, D, E, F\}$ , wobei  $S$  die Startvariable ist:

$$\begin{aligned} S &\rightarrow ABS \mid EDE \mid BF \\ A &\rightarrow aCA \mid DC \\ B &\rightarrow bC \mid DAc \\ C &\rightarrow Sc \mid c \\ D &\rightarrow AS \mid DeD \\ E &\rightarrow EC \mid ab \\ F &\rightarrow aC \mid bc \end{aligned}$$

Säubere die Grammatik  $G$  von allen nutzlosen Variablen und beantworte dann folgende Fragen (verwende dazu die Methoden aus der Vorlesung):

- Ist  $L(G)$  leer?
- Ist  $L(G)$  eine endliche Sprache?