

Übungen zur Vorlesung
Theoretische Informatik
WS 10/11
Blatt 6

Aufgabe 6.1

Weise nach, dass folgende Sprache über dem Alphabet $\Sigma = \{a, b, c\}$ nicht kontextfrei ist.

$$L = \{a^i b^j c^{\max\{i,j\}} \mid i, j \geq 0\}$$

Aufgabe 6.2

Prüfe mittels des CYK-Algorithmus ob die Wörter *cac*, *cca* und *cbccabc* von der Grammatik

$$V = \{S, X, Y, Z\}$$

$$\Sigma = \{a, b, c\}$$

$$S \rightarrow SZ \mid c$$

$$X \rightarrow SX \mid c$$

$$Y \rightarrow YX \mid ZZ \mid a$$

$$Z \rightarrow SS \mid XY \mid b$$

S = Startvariable

erzeugt werden können.

Aufgabe 6.3

Betrachte die Sprache L über dem Alphabet $\Sigma = \{0, 1, h\}$.

$$L = \{w = w_0 \dots w_m \in \Sigma^* \mid w_0, \dots, w_m \in \Sigma, |w|_h = 1 \text{ und } w_k = h \text{ wobei } k := |w|_1\}$$

h kommt in w genau einmal vor und zwar in der Position (im Bereich von 0 bis m), die durch die Anzahl der Einsen in w gegeben ist.

Beispiel:

$$h, h000, 0h1, 1h, 1h000, 11h0, 10h01, 01h0010, 00h0101, 01011h01000100, \dots \in L$$

- Gib eine kontextfreie Grammatik für die Sprache an.
- Zeige, dass die Sprache nicht regulär ist.

Aufgabe 6.4

Für das Alphabet $\Sigma = \{+, -, 0\}$ sei die Sprache

$$L = \{v = v_1 \dots v_m \in \Sigma^* \mid v_1, \dots, v_m \in \Sigma \text{ und } \sum_{k=1}^m k\omega(v_k) = 0\}$$

$$\text{wobei } \omega(+)=1, \omega(-)=-1 \text{ und } \omega(0)=0\}$$

gegeben.

Beispiel:

$$\epsilon, ++-, --+, 0--0+0, +++00-, +++++00000-, \dots \in L$$

Die Summen zu den obigen Beispielen sehen dann wie folgt aus:

$$++- : \quad 1 + 2 - 3 = 0$$

$$--+ : \quad -1 - 2 + 3 = 0$$

$$0--0+0 : \quad -2 - 3 + 5 = 0$$

$$+++00- : \quad 1 + 2 + 3 - 6 = 0$$

$$+++++00000- : \quad 1 + 2 + 3 + 4 - 10 = 0$$

Finde Teilsprachen $R, K, S \subseteq L$ mit

- $R \subseteq L$ ist eine reguläre unendliche Sprache über dem Alphabet $\{+, -\}$.
- $K \subseteq L$ ist eine kontextfreie, aber nicht reguläre, Sprache.
- $S \subseteq L$ ist eine nicht kontextfreie Sprache, in der unendlich viele Wörter aus L fehlen.