

Übungen zur Vorlesung  
**Theorie des maschinellen Lernens**  
Sommer 17  
Übungsblatt 05

**Aufgabe 5.1** (4 Punkte)

Zeige folgende Implikation:

$\text{MinDis} - E(\mathcal{H}) \in RP$ , falls  $\mathcal{H}$  effizient agnostisch PAC-lernbar ist.

**Aufgabe 5.2** (4 Punkte)

Nimm an, dass  $\mathcal{H} \leq_{pol}^L \mathcal{H}'$  gilt. Zeige:

- a) Wenn  $\text{MinDis-E}(\mathcal{H})$  NP-hart ist, so gilt dies auch für  $\text{MinDis-E}(\mathcal{H}')$ .
- b) Wenn  $\text{MinDis-Opt}(\mathcal{H}')$  in Polynomialzeit lösbar ist, so gilt dies auch für  $\text{MinDis-Opt}(\mathcal{H})$ .

**Aufgabe 5.3** (4 Punkte)

Zeige, dass  $k$ -DL polynomiell L-reduzierbar ist auf Monotone 1-DL, d.h. dass gilt

$$k - \text{DL} \leq_{pol}^L \text{Monotone 1 - DL}.$$

**Aufgabe 5.4** (4 Punkte)

Sei  $\mathcal{H} := \{I_{a,b} \mid a, b \in \mathbb{R} \wedge a \leq b\}$  mit

$$I_{a,b}(x) = \begin{cases} 1 & , \text{ falls } a \leq x \leq b \\ 0 & , \text{ sonst} \end{cases} .$$

Schlage eine Implementierung der ERM-Regel vor, die „möglichst effizient“ ist.

*Hinweis:* Es existiert ein Algorithmus, der bei einer Trainingsgröße  $m$  die Laufzeit  $\mathcal{O}(m \log(m))$  hat.

*Tipp:* Betrachte einen vollständigen Binärbaum  $B$  dessen Blätter die geordneten Trainingspunkte repräsentieren. Sei  $B(v)$  der Teilbaum von  $B$  mit Wurzel  $v$  und seien  $b_1, \dots, b_t$  die Blätter von  $B(v)$ . Sei  $J$  ein Intervall auf  $b_1, \dots, b_t$ .  $J$  heißt linksbündig bzgl.  $B(v)$ , falls der linke Rand von  $J$  mit  $b_1$  übereinstimmt. Analog heißt  $J$  rechtsbündig bzgl.  $B(v)$ , wenn der rechte Rand von  $J$  mit  $b_t$  übereinstimmt. Ein inneres Intervall bzgl.  $B(v)$  ist ein Intervall, das weder links- noch rechtsbündig bzgl.  $B(v)$  ist. Speichere an jedem Knoten  $v$  Informationen, wie z.B. das „beste“ linksbündige, rechtsbündige, innere Intervall. Beginne bei den Blättern. Arbeite dich hoch bis zur Wurzel. Nutze dabei die bei den Kindern hinterlegten Informationen.